

**Aus der Praxis für die Praxis.**

**Triebwerke und Verbindungsteile  
Formeln, Erläuterungen und Berechnungen**

**von**

**Dipl.-Ing. Gerhard Friedrich Dose**

## Inhaltsverzeichnis

		Seite
	Vorwort	5
1	Allgemeines	6
1.1	Beachtung der Normen	6
1.2	Aufbau der Berechnung	6
1.3	Werkstoffe	6
2	Fahrwerk	7
2.1	Lauf- und Führungsräder	7
2.1.1	Ermittlung des Durchmessers	7
2.1.2	Kontrolle der Pressung Rad/Schiene	7
2.1.2.1	Zylindrisches Rad auf gerader Schiene	7
2.1.2.2	Balliges Rad auf gerader Schiene	8
2.1.3	Mindesttiefe der Härte	9
2.1.3.1	Zylindrisches Rad / gerade Schiene	10
2.1.3.2	Balliges Rad / gerade Schiene	10
2.1.4	Fahrwiderstand	10
2.2	Motorleistung	11
2.2.1	Beharrungsleistung	11
2.2.2	Beschleunigungsleistung	11
2.2.3	Gesamtleistung	12
2.2.4	Motordaten	12
2.3	Durchrutschen Rad auf Schiene	12
2.4	Anlaufweg	12
2.4.1	Massenträgheitsmoment	13
2.4.1.1	Translatorisches Trägheitsmoment	13
2.4.1.2	Rotatorische Trägheitsmomente	13
2.4.1.3	Summe aller Trägheitsmomente	13
2.4.2	Beschleunigungsmoment	13
2.4.3	Anlaufzeit, -weg und -beschleunigung	13
2.5	Bremsmoment	14
2.5.1	Bremsmoment aus Bremszeit	14
2.5.2	Bremsmoment aus Bremsweg	14
2.6	Bremsweg	14
2.6.1	Bremsweg ohne Bremse	14
2.6.2	Bremsweg mit Bremse	14
2.6.3	Bremsweg aus Nachlaufumdrehungen des Motors	15
2.7	Verriegelung	15
2.8	Puffer	16
3	Hubwerk	17
3.1	Seiltrieb	17
3.1.1	Bestimmung der Wirkungsgrade	17
3.1.2	Ermittlung des Seildurchmessers	17
3.1.3	Durchmesser für Rollen und Seil	17
3.1.4	Wanddicke der Trommel	17
3.2	Motorleistung	17
3.2.1	Wirkungsgrad	17
3.2.2	Leistungsbestimmung für den Motor	18
3.2.3	Motordaten	18
3.3	Massenträgheitsmomente	18
3.3.1	Translatorische Massen	18
3.3.2	Rotatorische Trägheitsmomente	19
3.3.3	Summe aller Trägheitsmomente	19
3.4	Bremsmoment	19
4	Wellen und Wellenverbindungen	21
4.1	Ermittlung der Spannungsspielzahl	21

4.1.1	Lastspielzahl	21
4.1.2	Spannungsspielzahl	21
4.2	Ermittlung der Spannungen	21
4.2.1	Festigkeit	21
4.2.1.1	Fiktive Streckgrenze	21
4.2.2	Statische Festigkeit	21
4.2.2.1	Festigkeitswerte ohne Kerben	21
4.2.2.2	Festigkeitswerte mit Kerben	22
4.2.3	Zeit- und Dauerfestigkeit	22
4.2.3.1	Festigkeitswerte ohne Kerben	22
4.2.3.2	Festigkeitswerte mit Kerben	23
4.2.4	Zusammengesetzte Spannungen	25
4.3	Sicherheiten	25
4.4	Paßfeder	25
4.4.1	Berechnung nach DIN 6892	25
4.4.2	Berechnung nach KTA 3902	26
4.5	Keilwelle nach DIN 5462, DIN 5463 und DIN 5464	26
4.6	Zahnwelle-Verbindung nach DIN 5480	27
4.7	Verbindungen mit Ringfeder-Spannsätzen	27
5	Berechnung eines Augenstabes	28
5.1	Formeln zur Berechnung des Augenstabes nach Poozca und Kuntsch	28
5.1.1	Formelzeichen	28
5.1.2	Beiwert für Lastwinkel	29
5.1.3	Beiwert für Breiten	29
5.1.4	Allgemeingültige Formel	29
5.1.5	Augenberechnung nach Poozca und Kuntsch	29
5.1.5.1	Spannungen bei Passungsspiel $s < 3 \%$	29
5.1.5.2	Spannungen bei Passungsspiel $s > 3 \%$	30
5.1.6	Vereinfachte Berechnung der Wangeninnenseite	30
6	Berechnung der Schraubenkräfte an Flanschverbindungen	31
6.1	Ermittlung der Kraft über Momente	31
6.2	Berechnungsbeispiel	31
6.2.1	Technische Daten	31
6.2.2	Berechnung	32
6.2.3	Kontrollrechnung	32
7	Schraubenberechnung	33
7.1	Allgemeines	33
7.2	Ermittlung der Schraubenabmessung	34
7.2.1	Statische Belastung	34
7.2.2	Dynamische Belastung	35
7.2.3	Belastung senkrecht zur Achsrichtung	35
7.3	Schraubendaten	35
7.4	Berechnung der Einschraubtiefe und der Scherspannung	36
7.4.1	Formelzeichen	36
7.4.2	Scherspannungsfaktor	36
7.4.3	Ermittlung der erforderlichen Einschraubtiefe	37
7.4.3.1	Mindesteinschraubtiefe für Bolzenbruch	37
7.4.3.2	Erforderliche Einschraubtiefe bei Betriebslast	37
7.4.3.3	Berechnung der Scherspannung im Gewinde	37
7.4.3.4	Ermittlung des Scherspannungsfaktors $\beta_{B,M}$	38
7.5	Allgemeine Sicherheitsbetrachtung	38
7.6	Berücksichtigung der Toleranzen	39
7.6.1	Ermittlung der Einschraubtiefe	39
7.6.2	Ermittlung der Scherspannungen	40
7.7	Zulässige Flächenpressung unter den Schraubenköpfen	40
7.8	Unterschiedliche Gewindearten	41
7.8.1	Metrisches ISO-Gewinde nach DIN 13	41
7.8.1.1	Mindesteinschraubtiefen	41
7.8.1.2	Erforderliche Einschraubtiefe	42

7.8.1.3	Berücksichtigung der Toleranz	42
7.8.2	Whitworth-Gewinde nach DIN 259 und DIN 2999	42
7.8.3	Stahlpanzerrohrgewinde nach DIN 40430	42
7.8.4	Trapezgewinde nach DIN 103	42
7.8.5	Rundgewinde nach DIN 15403 für Kranhaken	44
7.8.6	Sägengewinde nach DIN 513, Teil 1 bis 3 (April 1985)	45
	Literatur	47
	Quellennachweis	47
	Tabellen für die Schraubenberechnungen	Anlage A
	Vereinfachte Berechnung einiger Beispiele in der VDI 2230	Anlage B
	Musterberechnung	Anlage C

## Vorwort

In den Jahren 1979/80 wurde ich seitens meiner Mitarbeiter angeregt, ihnen doch eine Zusammenstellung der für die Berechnung von Hebezeugen in der Praxis am häufigsten vorkommenden Berechnungsschritte und Formeln zusammenzustellen. Damals habe ich auch die kerntechnischen Belange bezüglich der Auslegungsdrehmomente bei den Hub- und Fahrwerken unter Berücksichtigung der Schwingbeiwerte, wie sie beispielsweise in der KTA 3902 gefordert werden, berücksichtigt.

Die Erfahrung zeigte zwischenzeitlich, dass der rechnerische Aufwand, auch mit Programmen im PC, für kleinere Getriebe und Triebwerke zu aufwendig und mit zu hohen Kosten verbunden ist. Deswegen entschloss ich mich, in der vorliegenden Ausarbeitung die Auslegungsdrehmomente nach alter, konservativer Berechnung vorzunehmen. Hierbei befinde ich mich auf derselben Linie, wie die Gesellschaft für Strahlen- und Umweltforschung, München, für die „Anforderungen an die Auslegungen und Prüfungen von Hebezeugen in der Schachtanlage Asse zur Handhabung radioaktiver Stoffe“ vom Januar 1988, die mit Verfügung vom 11. August 1988 vom Oberbergamt Clausthal-Zellerfeld bergamtlich eingeführt wurde.

Auf Grund der Erfahrung mit der 1979/80 ausgeführten Zusammenstellung habe ich davon abgesehen, die verwendeten Formelzeichen und deren Dimensionen voranzustellen bzw. anzuhängen. Um ein Nachschlagen zu vermeiden, sind diese Angaben jeweils bei den Formeln mit aufgeführt. Es werden damit auch Missverständnisse bei unterschiedlichen Dimensionsangaben vermieden.

Im Anhang A wurden Tabellen zusammengestellt, die die Berechnung von Schrauben erleichtern sollen. Gleichzeitig ist im Anhang B eine vereinfachte Berechnung einiger Beispiele in der VDI 2230 aufgezeigt. Schließlich ist im Anhang C eine Musterberechnung mit den wesentlichsten Berechnungsschritten, einschließlich Bremswege und Nachläufe von Motoren, aufgeführt.

Zum besseren Verständnis für die Flanschberechnung wurden im Text die Momentenberechnung durchgeführt, wobei gleichzeitig auf eine genauere Berechnung unter Berücksichtigung der plastischen Verformung beim „Drehpunkt“ hingewiesen wurde.

Auf die Ausführung über die Berechnung von Drehwerken, Kräfte bei Kugeldrehverbindungen und deren Schrauben habe ich bewusst verzichtet, da dieses Gebiet einmal sehr komplex ist und spezielle Erfahrungen des Berechners voraussetzt. Dasselbe gilt für Einziehwerke.

Ebenso bin ich auf die verschiedenartigen Hebezeuge nicht eingegangen. Hierüber gibt es gute und vielfältige Literaturen, so dass es nur auf ein Wiederholen und Abschreiben gekommen wäre.

Von mir wurden verschiedene Veröffentlichungen zitiert. Einigen Autoren dieser Aufsätze danke ich für die Genehmigung, ihre Abbildungen übernehmen zu können.

Ferner möchte ich für die großzügige Unterstützungen bei den Schraubenversuchen zur Bestätigung meiner Theorie bezüglich der Berechnung der Einschraubtiefe der Firma Fuchs, Schraubenwerke GmbH, Siegen, Herrn Dipl.-Ing. R. Schlegel und seinen Mitarbeitern, für die Beistellung aller für die Versuche benötigten Gewindebolzen und Drehen der Muttern, sowie Durchführung aller Versuche danken. Des weiteren gilt mein Dank den John Deere-Werken, Mannheim, für die Graugussstange (GG), der Firma Gesellschaft für Nuklear-Behälter, Essen, für die fertig gedrehten Versuchsmuttern aus Sphäroguss (GGG), der Firma Günzler Aluminium GmbH, Ostfildern, für die Knetaluminiumstange, der Firma KS Aluminium-Technologie AG, Neckarsulm für 4 verschiedene Alu-Gussstangen und der Firma PAN-Metallgesellschaft, Baumgärtner GmbH & Co. KG, Mannheim, für 4 verschiedene Bronzestangen. Gleichzeitig danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. W. Schwarz der Universität-GH-Siegen für seine wissenschaftliche Unterstützung.

Abschließend möchte ich Herrn Dr.-Ing. K.-J. Pittner für die begleitende Beratung und kritische Durchsicht danken.

Laudenbach, am 23. August 1998

## **1 Allgemeines**

Diese „*Triebwerke und Verbindungsteile*“ soll eine Übersicht der aus der Erfahrung her bekannten und vorwiegend angewendeten Formeln sein, also aus der Praxis für die Praxis. Bei der Berechnung der Drehmomente für die Antriebe wird die alte Methode mit den Motordaten aufgeführt. Die in den „*Berechnungsgrundsätze für Triebwerke in Hebezeugen*“, Beuth Verlag Berlin, Köln, 1982, aufgeführte Berechnung mit den Schwingbeiwerten, wie sie auch in der KTA 3902 gefordert werden, wird hier nicht behandelt, weil bei kleineren Triebwerken erfahrungsgemäß der Aufwand in keinem Verhältnis zu den Ergebnissen steht. Desgleichen wird nicht auf die handelsüblichen Kupplungen und Serienbauteile eingegangen.

### **1.1 Beachtung der Normen**

Am 5. Juli 1970 wurde das "*Gesetz über Einheiten im Meßwesen*" rechtskräftig. Dieses bezieht sich auf das Internationale Einheitssystem und wurde für den allgemeinen Gebrauch in der DIN 1301 zusammengefaßt. Es wird in dieser Norm darauf hingewiesen, daß in der internationalen ISO/R 1000 die Vorsätze vor Maßeinheiten eingeschränkt werden. So ist es gemäß Abschnitt 3 der DIN 1301 nicht zulässig, für 1000 kg den Ausdruck 1 Mg zu nehmen, wohingegen die alte Bezeichnung 1 t (Tonne) zugelassen ist.

In Korrespondenz mit der DIN 1301 wurden weitere Normen herausgegeben. So regelt die DIN 15021 eindeutig, daß die Tragfähigkeit oder auch Traglast ausschließlich in t angegeben werden. Nur bei kleineren Traglasten unter 1 t, wie bei kleineren E- oder Kettenzügen, kann auch die Tragfähigkeit in kg angegeben werden. Folglich ist es **nicht gestattet**, daß die Tragfähigkeit in MN, kN oder N angegeben werden.

### **1.2 Aufbau einer Berechnung**

Eine Berechnung, ob für den Maschinenbau oder für den Stahlbau, muß so aufgegliedert sein, daß sie für den Prüfer leicht nachvollziehbar ist. Eine Voraussetzung dafür ist, daß die verwendeten Literaturangaben aufgelistet sind und auf diese im Berechnungstext hingewiesen wird. Ferner sollten die wichtigsten Regelwerke, die bei der Berechnung herangezogen werden, aufgeführt sein.

Damit eine Übersicht über die zulässigen Spannungen der verwendeten Werkstoffe vorliegt, sollte eine entsprechende Aussage vor der eigentlichen Berechnung gemacht werden.

Von allen Zukaufteilen, wie Motoren, Kupplungen, Bremsen und Getrieben, usw., sind im Anhang der Berechnung nicht nur die Datenblätter mit den Leistungen, sondern auch die entsprechenden Maßblätter beizuheften. Es sollte ausgeschlossen sein, daß der Prüfer, gleich ob beim Auftraggeber im Rahmen der Qualitätssicherung oder der prüfende Sachverständige, sich die zu prüfenden Unterlagen erst besorgen oder nachfordern muß.

Derjenige, bzw. diejenigen, die die Berechnung gemacht haben, sollten am Ende ihrer Berechnung diese mit der Unterschrift und mit dem Datum versehen. Dieses kann allenfalls dann entfallen, wenn die Berechnung auf Papier mit dem Namen des Berechners gemacht wurde, also nicht auf allgemeinen Firmenbogen und das Datum der Fertigstellung entweder am Ende oder auf dem Deckblatt vorhanden ist.

### **1.3 Werkstoffe**

Bei der Auswahl der Werkstoffe ist darauf zu achten, dass in einigen Vorschriften, wie z. B. in den KTA-Regelwerken, einige Werkstoffe nicht zugelassen sind, wie zum Teil Grauguss (GG). Ferner müssen bei kerntechnischen Anlagen die in den KTA-Regelwerken vorhandenen Werkstoffblätter berücksichtigt werden.

Im Anhang A sind in Tabellen die wesentlichsten, bzw. gebräuchlichsten Werkstoffe aufgelistet. Neben den Werkstoffkennwerten nach DIN sind zusätzlich für die Schraubenberechnung die Werte für die zulässige Flächenpressung unter dem Schraubenkopf, bzw. Mutter und die Scherspannungsfaktoren aufgeführt, soweit diese Werte bekannt sind.

**2 Fahrwerk**  
**2.1 Lauf- und Führungsräder**  
**2.1.1 Ermittlung des Durchmessers**

Bei der Berechnung des Laufrades gemäß DIN 15070, kann der Raddurchmesser unter Berücksichtigung der in der DIN aufgeführten Beiwerte wie folgt berechnet werden:

$$R = \text{Raddruck} \quad [\text{N}]$$

Aus Tabelle 2 für zulässige Pressung Rad/Schiene:

$$p_{\text{zul}} = 5,6 \text{ N/mm}^2 \text{ bei } \sigma_B = 590 \text{ N/mm}^2$$

$$p_{\text{zul}} = 7,0 \text{ N/mm}^2 \text{ bei } \sigma_B = 690 \text{ N/mm}^2 \text{ für Schiene}$$

$$p_{\text{zul}} = 7,0 \text{ N/mm}^2 \text{ bei } \sigma_B = 740 \text{ N/mm}^2 \text{ für Rad.}$$

Aus Tabelle 3b: Beiwert  $c_2$  in Abhängigkeit der Drehzahl.

Aus Tabelle 4: Beiwert  $c_3$  in Abhängigkeit der Betriebsdauer

Aus Tabelle 5:  $k-2r =$  nutzbare Schienenkopfbreite. [mm]

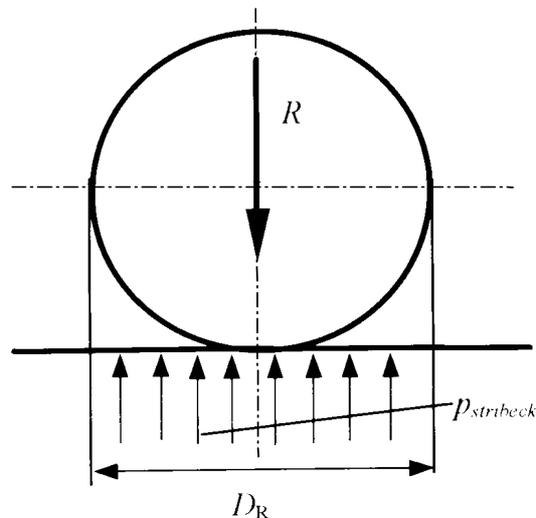
Der Laufraddurchmesser errechnet sich nunmehr wie folgt:

$$D_R = R / (p_{\text{zul}} * c_2 * c_3 * (k-2r)). \quad [\text{mm}]$$

Wenn es die räumlichen Umstände zulassen, sollte der nächstgrößere Normdurchmesser gewählt werden. Sollte jedoch der Durchmesser kleiner sein müssen, ist anhand der zu erwartenden Überrollungen zu kontrollieren, ob die zulässige Hertzsche Pressung nicht überschritten wird.

**2.1.2 Kontrolle der Pressung Rad/Schiene**

**2.1.2.1 Zylindrisches Rad auf gerader Schiene**



**Bild 2.1:** Stribecksche Flächenpressung eines Laufrades

$$P_{\text{Stribeck}} = R / (D_R + b); \quad b = \text{tragende Breite, Schienen } b = (k-2r)$$

Bei der linearen Berührung errechnet sich die Stribecksche Pressung wie folgt:

$$K = R / (D_R * (k-2r)) \quad [\text{N/mm}^2]$$

Die Hertzsche Pressung beträgt damit

$$p_H = 271 * K^{1/2} \quad [\text{N/mm}^2]$$

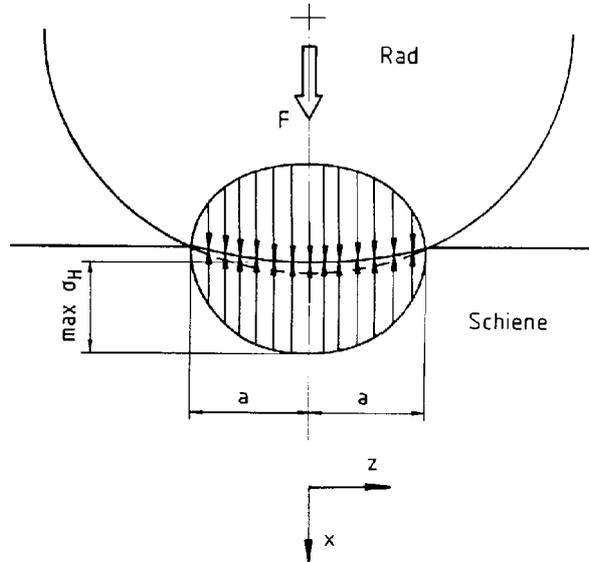
Für ferritische Stähle ist die Brinellhärte  $HB$  anhand der Zugfestigkeit des Werkstoffes der DIN 50150 zu entnehmen. (Überschlägig ist  $HB \approx \sigma_B / 3,38$ ).

Bei einer maximalen Überrollungszahl von  $N \leq 5 * 10^4$  kann statisch mit einer zulässigen Hertzchen Pressung von

$$p_{H\text{zul},1} \approx 1,8 * \sigma_B \approx 6 * HB \quad [\text{N/mm}^2]$$

gerechnet werden.

Diese maximale Überrollungszahl muß bei größeren Montagelasten auf  $N \leq 5000$  reduziert werden, wenn anschließend bei geringeren Betriebsbelastungen die Dauerwälzfestigkeit erreicht werden soll.



**Bild 2.2:** Kontaktgeometrie eines zylindrischen Laufrades auf einer ebenen Schiene

Da die Dauerwälzfestigkeit in Abhängigkeit der Überrollungszahl unterschiedlich ist, wie z. B. bei St 42 mit  $N \approx 2 \cdot 10^6$  Überrollungen und bei Nitrierstahl mit  $N \approx 1,5 \cdot 10^7$  Überrollungen wird hier die Dauerwälzfestigkeit vereinfacht bei einer Überrollungszahl von  $N \geq 2 \cdot 10^6$  eingesetzt. Hier beträgt die zulässige Hertz'sche Pressung

$$p_{Hzul,1} \approx 0,9 \cdot \sigma_B \approx 3 \cdot HB \quad [N/mm^2]$$

In Tabelle 2.1 sind die zulässigen Werte von der statischen über die Zeit- bis zur Dauerwälzfestigkeit aufgelistet, wobei  $p_{Hzul,1} = X \cdot HB$  [N/mm<sup>2</sup>] ist:

Überrollungen $N = \cdot 10^5$																	
0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10	15	20
6,00	5,80	5,60	5,45	5,35	5,15	4,85	4,60	4,40	4,00	3,85	3,70	3,65	3,55	3,45	3,40	3,15	3,00
$p_{Hzul} \approx X \cdot HB$																	

**Tabelle 2.1:** Hertz'sche Pressung bei linearer Berührung

Für die Ermittlung der zulässigen Überrollungen sollte die nächst kleinere Überrollungszahl an Hand des Multiplikators.

$$X = p_H / HB.$$

gewählt werden

Diese Berechnung gilt auch für gehärtete Schienen und Laufräder, wobei gemäß Abschnitt 2.1.3 auf die Mindesttiefe der Härte zu achten ist.

**2.1.2.2 Balliges Rad auf gerader Schiene**

Bei der punktförmigen Berührung errechnet sich mit den Werten für

Ballungsdurchmesser  $D_B = 15 \cdot D_R$  [mm]  
 Ersatzkugeldurchmesser  $D = 3 \cdot D_R$  [mm]

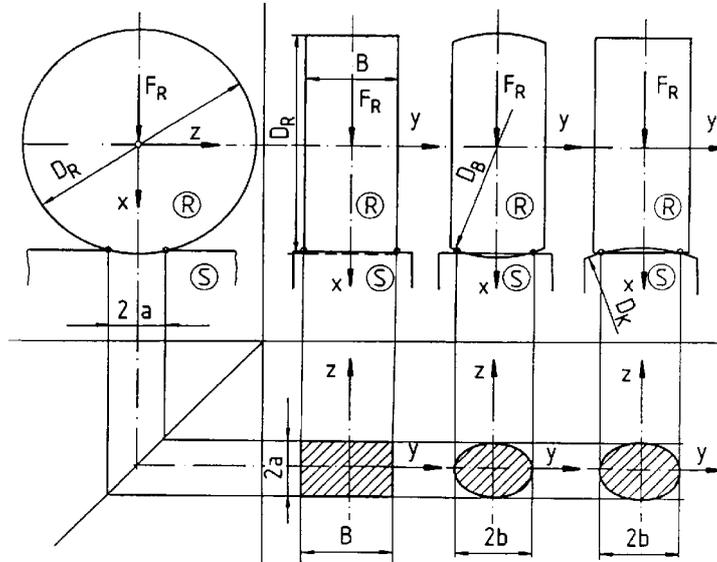
die Stribecksche Pressung wie folgt:

$$K = R / D^2 \quad [N/mm^2]$$

Bei anderen Ballungsdurchmessern muß der Ersatzkugeldurchmesser gemäß [1] gesondert errechnet werden, sollte jedoch nicht wesentlich größer als  $15 \cdot D_R$  sein, weil sonst ein Übergang von balliger zur linearen Berührung entsteht und die hier angeführten Formeln nicht mehr gültig sind.

Damit wird die Hertz'sche Pressung

$$p_H = 2176 \cdot K^{1/3} \quad [N/mm^2]$$



**Bild 2.3:** Kontaktgeometrie verschiedener Systeme

Die im vorherigen Abschnitt 2.1.2.1 in Tabelle 2.1 genannten zulässigen Hertzischen Pressungen erhöhen sich wegen der balligen Laufräder und den damit verbundenen dreidimensionalen Spannungen auf

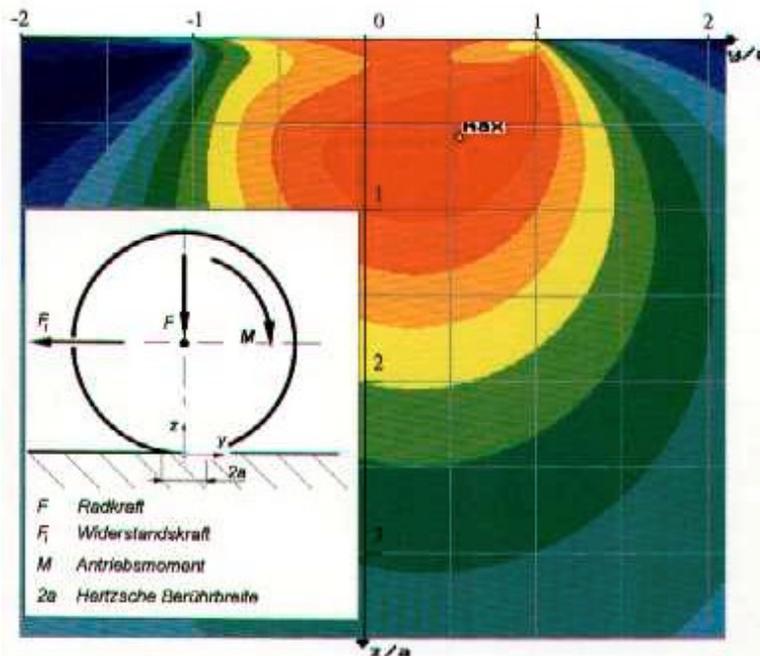
$$p_{Hzul,2} = 1,7 * p_{Hzul,1} \quad [N/mm^2]$$

Für die Ermittlung der Überrollungen beträgt der Multiplikator

$$X = p_H / (1,7 * HB).$$

Diese Berechnung gilt auch für gehärtete Schienen und Laufräder, wobei gemäß Abschnitt 2.1.3 auf die Mindesttiefe der Härte zu achten ist.

### 2.1.3 Mindesttiefe der Härte



**Bild 2.4:** Spannungen im rollenden Rad, Paarung Laufrad/Schiene

Wie im Bild 2.4 ersichtlich, liegt der maximale Spannungspunkt nicht an der Berührungsfläche, sondern innerhalb des Laufrades. Aus diesem Grunde ist es erforderlich, die Mindesttiefe der Härte zu ermitteln, da sonst die Lauffläche abzuplatzen droht. Dieses gilt sowohl für die Paarung zylindrisches Rad/gerade Schiene als auch für balliges Rad/gerade Schiene.

**2.1.3.1 Zylindrisches Rad / gerade Schiene:**

Aus den Abhandlungen in [5] ergibt sich die Mindesttiefe der Härte zu

$$t_H = 0,78 * a, \quad [\text{mm}]$$

wobei sich

$$a = \sqrt{4 * (1 - \mu^2) * R * D_R / (\pi * E * B)} \quad [\text{mm}]$$

Hierin bedeuten

- $a$  halbe Länge der Kontaktfläche [mm]
- $\mu$  Querdehnungszahl 0,3 für Metalle [mm]
- $D_R$  Durchmesser der zylindrischen Rolle [mm]
- $R$  Raddruck [N]
- $E$  Ersatz-Elastizitätsmodul des Systems Rad/Schiene [N/mm<sup>2</sup>]
- $B$  effektive Wälzbreite der zylindrischen Rolle. [mm]

Der Ersatz-Elastizitätsmodul errechnet sich zu

$$E = 2 * E_R * E_S / (E_R + E_S), \quad [\text{N/mm}^2]$$

wobei

- $E_R$  = Elastizitätsmodul des Laufrades [N/mm<sup>2</sup>]
- $E_S$  = Elastizitätsmodul der Schiene [N/mm<sup>2</sup>]

Für die verschiedenen Werkstoffe können die  $E$ -Werte aus den Tabellen im Anhang A entnommen werden.

**2.1.3.2 Balliges Rad / gerade Schiene**

Aus den Abhandlungen in [5] ergibt sich die Mindesttiefe der Härte zu

$$t_H = 0,47 * r, \quad [\text{mm}]$$

Der Radius  $r$  der kreisförmigen Kontaktfläche im System Ersatzkugel / ebene Schiene beträgt

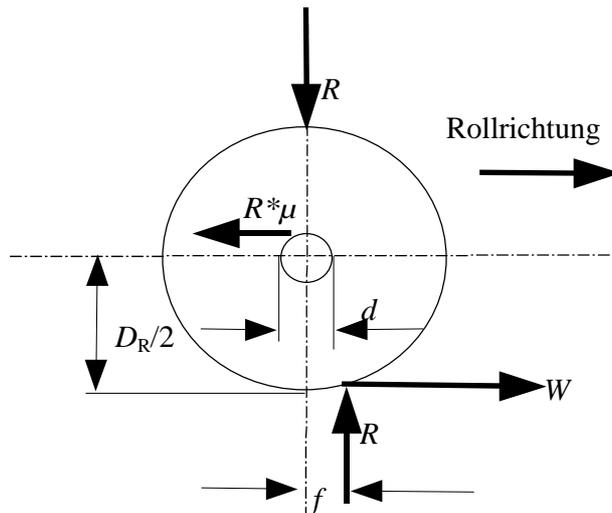
$$r = \sqrt[3]{3 * (1 - \mu^2) * R * D / (4 * E)} = 0,0148 * \sqrt[3]{(R * D)} \quad [\text{mm}]$$

Hierin bedeuten zusätzlich zu den obigen Angaben

- $r$  Radius der Kontaktfläche der Ersatzkugel [mm]
- $D$  Durchmesser der Ersatzkugel [mm]

**2.1.4 Fahrwiderstand**

Für den Reibbeiwert wird allgemein der Wert  $\mu = 0,002$  eingesetzt. Diesen Wert kann man aus Erfahrung jedoch nur dann ansetzen, wenn das Fahrwerk ständig in Betrieb ist, also die Fettschmierung durchgewalkt ist. Bei viel stehenden oder selten benutzen Fahrwerken ist der Anteil für Walkarbeit größer und sollte deswegen mit  $\mu = 0,003$  angenommen werden.



**Bild 2.5:** Rollende Reibung eines Laufrades

Bei der rollenden Reibung unterscheidet man auch zwischen ungehärteten und gehärteten Rad/Schiene-Kombinationen. Wenn beide Teile ungehärtet sind, ist  $f = 0,5$  mm und bei gehärteten Teilen kann  $f = 0,3$  mm eingesetzt werden.

Der Fahrwiderstand beträgt unter Berücksichtigung der rollenden und der Wälzlagerreibung für ein Laufrad mit den Werten

- $G$  = Gesamtgewicht [kg]
- $R$  = Raddruck [N]

$D_R$  = Laufraddurchmesser [mm]

$d$  = mittlere Wälzkreis [mm]

$\mu$  = 0,003 Reibbeiwert

$f$  = 0,5 mm, Koeffizient der rollenden Reibung

mit dem Raddruckes

$$W = 2R/D_R * (\mu * d/2 + f) \quad [N]$$

Bei einer Spurkranz- oder Spurrollenführung, erhöht sich der Fahrwiderstand um  $\approx 20\%$ .

Für den Gesamtfahrwiderstand sind entweder die einzelnen Fahrwiderstände zu addieren oder aus dem Gesamtgewicht  $G$  der Gesamtfahrwiderstand mit

$$W = 2G * g / D_R * (\mu * d/2 + f) * 1,2 \quad [N]$$

zu errechnen.

## 2.2 Motorleistung

### (1) Fall 1

Bei kleineren Massen und kleinen Geschwindigkeiten wird nur die Beharrungsleistung ermittelt, weil für die Beschleunigung ein überschüssiges Drehmoment aus dem Anlauf- bzw. Kippmoment zur Verfügung steht. Es ist jedoch darauf zu achten, daß bei einigen Motoren ein Sattelmoment vorhanden ist. Bei solchen Motoren darf das Verhältnis Sattelmoment/Nennmoment nicht zu klein sein und sollte den Wert von

$$T_{\text{Sat}}/T_{\text{Nenn}} = 1,5 \text{ nicht unterschreiten.}$$

### (2) Fall 2

Bei größeren Massen und allen Geschwindigkeiten wird zur Beharrungsleistung auch die Beschleunigungsleistung ermittelt. Beide Leistungen werden dann addiert und erfahrungsgemäß mit einem kleineren Kippmomentsfaktor dividiert.

#### 2.2.1 Beharrungsleistung

Zur Ermittlung der Beharrungsleistung setzt man erfahrungsgemäß als Wirkungsgrad  $\eta = 0,8$  ein, es sei denn, man kennt die Wirkungsgrade genauer.

Die Beharrungsleistung errechnet sich zu

$$P_v = W * v / \eta \quad [W]$$

wobei dann  $v$  in m/sec einzusetzen wäre. Für die Umrechnung in kW und  $v$  in m/min wird dann

$$P_v = W * v / (1000 * 60 * \eta) \quad [kW]$$

Hierin sind:

$W$  = Fahrwiderstand [N]

$v$  = Fahrgeschwindigkeit [m/min]

$\eta$  = Gesamtwirkungsgrad des Antriebes [--]

#### 2.2.2 Beschleunigungsleistung

Man unterscheidet bei den Beschleunigungen zwischen 3 Bereichen

dem Bereich „weich“ bis  $a < 0,15 \text{ m/sec}^2$ ,

dem Bereich „normal“ von  $a = 0,15$  bis  $0,45 \text{ m/sec}^2$ ,

dem Bereich „hart“ mit  $a > 0,45 \text{ m/sec}^2$ .

Bei der ersten Leistungsermittlung nimmt man vorwiegend einen Wert im Bereich „normal“ mit  $a \approx 0,3 \text{ m/sec}^2$  an

Die rotierenden Massen werden mittels des Faktors  $\beta$  berücksichtigt. Erfahrungsgemäß kann man  $\beta = 1,05$  setzen. Das würde einen Zuschlag von 5 % bedeuten.

Die Beschleunigungsleistung errechnet sich nun zu

$$P_a = G * a * v * \beta / (1000 * 60 * \eta) \quad [kW]$$

Hierin sind:

$G$  = zu verfahrenes Gesamtgewicht [kg]

$a$  = angenommene Beschleunigung [m/sec<sup>2</sup>]

$\beta$  = Faktor für rotierende Massen. [--]

### 2.2.3 Gesamtleistung

#### (1) Fall 1

In diesem Fall ist die Gesamtleistung gleich der Beharrungsleistung. Es ist der Motor auszuwählen, der mit seiner Nennleistung dicht über dieser errechneten Leistung liegt. Dabei ist wegen eventueller Getriebeübersetzung auch auf die Motorenndrehzahl  $n_1$  zu achten

#### (2) Fall 2

Die Ermittlung der Gesamtleistung erfolgt mit der Formel, wie vorstehend erwähnt

$$P = (P_v + P_a) / 1,8 \quad [\text{kW}]$$

wobei 1,8 der aus der erfahrungsgemäße angenommene Kippmomentsfaktor ist.

### 2.2.4 Ermittlung der Momente

Für die weitere Berechnung sind die Motordaten erforderlich, die aus den Motorlisten entnommen werden können. Teilweise werden die Motornennmomente angegeben. Wenn dieses nicht der Fall ist, errechnet sich das Motornennmoment zu

$$T_N = P / (2 * \pi * n) \quad [\text{Nm}]$$

wobei dann  $P$  in W und  $n$  in 1/sec einzusetzen wäre. In der Praxis wird jedoch das Drehmoment mit

$$T_N = P * 1000 * 60 / (2 * \pi * n) = 9550 * P / n. \quad [\text{Nm}]$$

errechnet. Hierin sind

$$P = \text{Motorleistung} \quad [\text{kW}]$$

$$n = \text{Motorenndrehzahl.} \quad [1/\text{min}]$$

Weiter sind die Faktoren für das

$$\text{Anlaufmoment} \quad K_A = T_A / T_N \quad [--]$$

$$\text{Kippmoment} \quad K_K = T_K / T_N \quad [--]$$

$$\text{Sattelmoment} \quad K_S = T_S / T_N \quad [--]$$

zu berücksichtigen, wobei sicher gestellt sein muß, daß das Sattelmoment größer ist, als das dem Motor abgeforderte Drehmoment.

Bezüglich des Anlauf- und Kippmomentes ist für die Berechnung der nachfolgenden Maschinenelemente, wie Wellen, Paßfedern und Getriebe folgendes zu beachten:

#### (1) Ungeregelte Motoren

Das Auslegungsdrehmoment ist das Kippmoment, falls sich dieses nicht ausbildet, ist das 3-fach Nennmoment maßgebend.

#### (2) Geregelte Motoren

Als Auslegungsdrehmoment ist das Anlaufmoment, jedoch mindestens das 1,5-fache Nennmoment maßgebend.

Neuerdings wird statt des Kippmomentes oder Anlaufmomentes auch das Hochfahrmoment angegeben. Da hier oft unterschiedliche Angaben zu finden sind, ist darauf zu achten, ob nur der Faktor oder das tatsächlich auftretende Moment angegeben wird.

### 2.3 Durchrutschen Rad auf Schiene

Es muß mit dem maximalem Motormoment nachgerechnet werden, ob das Rad auf der Schiene beim Anlauf durchrutschen kann. Das Rutschmoment am Rad beträgt

$$T_R = \mu * R * D_R / 2 \quad [\text{Nm}]$$

Hierin sind

$$\mu = \text{Reibbeiwert mit } \mu \approx 0,2 \quad [--]$$

$$R = \text{Raddruck} \quad [\text{N}]$$

$$D_R = \text{Laufraddurchmesser} \quad [\text{m}]$$

Diesem Rutschmoment wird das maximale Motormoment unter Berücksichtigung der Getriebeübersetzung entgegengesetzt. Das Motormoment beträgt

$$T_{MR} = T_N * K_K * i \quad [\text{Nm}]$$

wobei  $i$  die Getriebeübersetzung ist. Das Rad rutscht nicht durch, wenn

$$T_R > T_{MR}$$

ist. Konservativ wird der Getriebewirkungsgrad zu Gunsten des Motormomentes nicht berücksichtigt.

### 2.4 Anlaufweg

Es kann erforderlich sein, daß der Anlaufweg bzw. die Anlaufzeit ermittelt werden soll. Hierfür müssen alle Massenträgheitsmomente auf die Motorwellendrehzahl reduziert werden. Dabei unterscheidet man die Massenträgheitsmomente der translatorischen und der rotatorischen Massen, die dann addiert werden.

## 2.4.1 Massenträgheitsmoment

### 2.4.1.1 Translatorische Trägheitsmomente

Das translatorische Massenträgheitsmoment bezogen auf die Motorwellen-Nenn Drehzahl errechnet sich zu

$$I_T = G \cdot v^2 / (39,5 \cdot n^2) \quad [\text{kgm}^2]$$

Hierin sind

$$G = \text{Gesamtgewicht} \quad [\text{kg}]$$

$$v = \text{Fahrgeschwindigkeit} \quad [\text{m/min}]$$

$$n = \text{Motorwellen-Nenn Drehzahl} \quad [1/\text{min}]$$

(Der Faktor 39,5 errechnet sich aus  $4 \cdot \pi^2$ ).

### 2.4.1.2 Rotatorische Trägheitsmomente

Die in den Katalogen angegebenen Massenträgheitsmomente für die Motoren, Kupplungen, Getriebe usw. müssen auf die Motorwellen-Nenn Drehzahl umgerechnet werden, d. h. auf die Drehzahl reduziert werden. Wenn z. B. zwei Fahrtriebe vorhanden sind, so müssen die Massenträgheitsmomente beider Anordnungen berücksichtigt werden. Die Formel hierfür lautet

$$I_{\text{red}} = I_2 \cdot n_2^2 / n_1^2 \quad [\text{kgm}^2]$$

Die Angaben der Hersteller bezüglich der Massenträgheitsmomente ist nicht einheitlich. So geben z. B. die Motorhersteller die Werte in  $\text{kgm}^2$  und die Drehmomente in Nm an, andere Hersteller, wie für Kupplungen usw. geben  $\text{kgcm}^2$  an. Man muß dann die differierenden Angaben umrechnen und, wenn man mit  $\text{kgcm}^2$  rechnet auch das Drehmoment in Ncm einsetzen.

### 2.4.1.3 Summe aller Trägheitsmomente

Zur Berechnung werden nicht die einzelnen, sondern die Summe aller Massenträgheitsmomente benötigt. Wenn die im Abschnitt 2.4.1.1. und 2.4.1.2 errechneten Trägheitsmomente auf dieselbe Drehzahl reduziert wurden, beträgt die Summe aller Massenträgheitsmomente

$$\Sigma I = I_T + I_{\text{red}} \quad [\text{kgm}^2]$$

## 2.4.2 Beschleunigungsmoment

Das zur Verfügung stehende Beschleunigungsmoment wird aus dem max. Motormoment und dem Beharrungsmoment errechnet

Das Motornennmoment errechnet sich, wenn keine Angaben vorliegen, wie folgt:

$$T_N = 9550 \cdot P / n \quad [\text{Nm}]$$

Daraus ist das max. Moment zu ermitteln, wobei sowohl das Anlaufmoment als auch das Kippmoment maßgebend sein kann. Das max. Moment ist, wenn das Kippmoment maßgebend ist, dann

$$T_{M\text{max}} = T_N \cdot K_K \quad [\text{Nm}]$$

Hierin sind

$$P = \text{Motornennleistung} \quad [\text{kW}]$$

$$n = \text{Motornenn Drehzahl} \quad [1/\text{min}]$$

$$K_K = \text{Faktor für Kippmoment.} \quad [--]$$

Von diesem max. Motormoment wird das Beharrungsmoment abgezogen. Dieses errechnet sich am Laufrad wie folgt:

$$T_{\text{Be}} = W \cdot D_f / 2 \quad [\text{Nm}]$$

Hierin sind

$$W = \text{Fahrwiderstand} \quad [\text{N}]$$

$$D_f = \text{Laufraddurchmesser} \quad [\text{m}]$$

Dieses Moment wird unter Berücksichtigung der Getriebeübersetzung  $i$  auf die Motorwelle umgerechnet,

$$T_{\text{BeM}} = T_{\text{Be}} / i \quad [\text{Nm}]$$

Mit diesen Werten  $T_{M\text{max}}$  und  $T_{\text{BeM}}$  ergibt sich das zur Verfügung stehende Beschleunigungsmoment

$$T_{\text{be}} = T_{M\text{max}} - T_{\text{BeM}} \quad [\text{Nm}]$$

## 2.4.3 Anlaufzeit, -weg und -beschleunigung

Mit  $M_{\text{be}}$  kann nun die Anlaufzeit errechnet werden. Diese ist

$$t = \Sigma I \cdot n / (9,55 \cdot T_{\text{be}}) \quad [\text{sec}]$$

Hierin sind

$$\Sigma I = \text{Summe aller reduzierten Massenträgheitsmomente} \quad [\text{kgm}^2]$$

$$n = \text{Motornenn Drehzahl.} \quad [1/\text{min}]$$

Mit dieser Zeit wird nun der Anlaufweg ermittelt.

$$s = t \cdot v / (2 \cdot 60) \quad [\text{m}]$$

Hierin sind

$$t = \text{Anlaufzeit} \quad [\text{sec}]$$

$$v = \text{Fahrgeschwindigkeit.} \quad [\text{m/min}]$$

Sollte es erforderlich sein, auch die Beschleunigung zu haben, so errechnet sich diese aus der Anlaufzeit

$$a_{be} = v/t = 2s/t^2 = v^2/(2s). \quad [\text{m/sec}^2]$$

### 2.5 Bremsmoment

Bei kleineren Motoren ist es sinnvoll, daß die Bremse gleich mit am Motor angebaut ist, wie z. B. bei den DEMAG-Motoren mit Verschiebeankerbremsen und separat geschalteten Motorbremsen. Solche Bremsmotoren sind von verschiedenen Herstellern zu erhalten, wie z. B. AEG und Bauer. Bei diesen Motoren sind die Bremsmomente von Motorhersteller festgelegt.

Ansonsten wird das Bremsmoment unter Berücksichtigung der Summe aller Massenträgheitsmomente, jedoch reduziert auf die Brems Scheibendrehzahl, wie sie in Abschnitt 2.4.1.2 ermittelt wurden, errechnet. Bei der Bremsmomentberechnung kann man von 2 Voraussetzungen ausgehen, und zwar

$$\text{von einer vorgegebenen Bremszeit } t \quad [\text{sec}]$$

$$\text{von einem vorgegebenen Bremsweg } s \quad [\text{m}]$$

Hierbei wird der bremsend wirkende Fahrwiderstand nicht berücksichtigt

#### 2.5.1 Bremsmoment aus Bremszeit

Das Bremsmoment ergibt sich zu

$$T_{Br} = \Sigma I * n / (9,55 * t) \quad [\text{Nm}]$$

Hierin sind

$$\Sigma I = \text{Summe aller Trägheitsmoment auf Bremsdrehzahl reduziert} \quad [\text{kgm}^2]$$

$$n = \text{Drehzahl der Brems Scheibe} \quad [1/\text{min}]$$

$$t = \text{Bremszeit.} \quad [\text{sec}]$$

#### 2.5.2 Bremsmoment aus Bremsweg

Hierfür muß erst die Bremszeit errechnet werden. Diese ist

$$t = 2 * s * 60 / v \quad [\text{sec}]$$

mit

$$s = \text{Bremsweg} \quad [\text{m}]$$

$$v = \text{Fahrgeschwindigkeit.} \quad [\text{m/min}]$$

Jetzt wird wie unter Abschnitt 2.5.1 weiter gerechnet.

### 2.6 Bremsweg

Wenn genaue Positionen angefahren werden müssen, ist es erforderlich, daß der Bremsweg bekannt ist, da nach die Schalter zum Abschalten der Triebwerke justiert werden müssen.

Wenn ein Notenschalter vorhanden sein sollte, so ist es auch hier erforderlich den Bremsweg zu kennen, um nicht mit voller Fahrt, also mit der größten kinetischen Energie, gegen den Puffer zu fahren.

Benötigt werden hier auch die Massenträgheitsmomente, wie sie im Abschnitt 2.4.1 behandelt wurden.

#### 2.6.1 Bremsweg ohne Bremse

In diesem Fall wird für das Bremsen nur der Fahrwiderstand eingesetzt, d. h., es wird das Ausrollen berechnet. Aus dem Fahrwiderstand berechnet sich das Beharrungsmoment, wie im Abschnitt 2.4.2 beschrieben, zu

$$T_{Be} = W * D_R / 2 \quad [\text{Nm}]$$

Unter Berücksichtigung der Summe aller Massenträgheitsmomente errechnet sich der Bremsweg

$$s_{aus} = \Sigma I * n_1 * v / (9,55 * 2 * 60 * T_{Be}). \quad [\text{m}]$$

Hierin sind

$$\Sigma I = \text{Summe aller auf die Motordrehzahl reduzierten Massenträgheitsmomente} \quad [\text{kgm}^2]$$

$$n_1 = \text{Drehzahl des Motors} \quad [1/\text{min}]$$

$$v = \text{Fahrgeschwindigkeit} \quad [\text{m/min}]$$

$$T_{Be} = \text{Beharrungsmoment.} \quad [\text{Nm}]$$

#### 2.6.2 Bremsweg mit Bremse

Zu dem o. a. Beharrungsmoment wird das Bremsmoment addiert. Wenn 2 Bremsen vorhanden sind, dann sind beide Bremsen zu berücksichtigen. Sollte die Brems Scheibe eine andere Drehzahl als der Motor haben, so sind die Massenträgheitsmomente wie im Abschnitt 2.4.1.2 auf die Drehzahl umzurechnen.

Das Gesamtbremsmoment ergibt sich aus

$$\Sigma T_{Br} = T_{br} + T_{Be} \quad [\text{Nm}]$$

Hierin sind

$\Sigma T_{Br}$ = Summe aller bremsend wirkenden Momente	[Nm]
$T_{br}$ = Bremsmoment der Bremse	[Nm]
$T_{Be}$ = Beharrungsmoment	[Nm]

Um auch die Bremszeit zu wissen, wird hier erst die Bremszeit ermittelt. Diese beträgt

$$t_{Br} = \Sigma I * n_1 / (9,55 * \Sigma T_{Br}). \quad [\text{sec}]$$

Daraus errechnet sich der Bremsweg

$$s_{Br} = t_{Br} * v / (2 * 60). \quad [\text{m}]$$

Die Erklärung der Formelzeichen siehe oben.

### 2.6.3 Bremsweg aus Nachlaufumdrehungen des Motors

Bei Triebwerken mit schwer zu bestimmenden Trägheitsmomenten, bzw. sehr kleinen Trägheitsmomenten läßt sich der Nachlaufweg über die Nachlaufumdrehungen des Motors bestimmen. Hierzu werden die mit der Motordrehzahl laufenden bzw. die auf die Motordrehzahl reduzierten Massenträgheitsmomente zu  $\Sigma I$  addiert. Für die nicht erfaßten Massenträgheitsmomente macht man einen konservativen Zuschlag von 20 bis 25 % auf die erfaßten Massenträgheitsmomente.

Damit wäre dann das zu berücksichtigende Massenträgheitsmoment

$$\Sigma \Sigma I = 1,2 \text{ bis } 1,25 * \Sigma I. \quad [\text{kgm}^2]$$

Es sind folgende Daten erforderlich:

$\Sigma \Sigma I$ = Massenträgheitsmoment	[kdm <sup>2</sup> ]
$T_{Br}$ = Bremsmoment	[Nm]
$n$ = Motor, bzw. Bremsendrehzahl.	[1/min]

Damit errechnet sich die Bremszeit zu

$$t = \Sigma \Sigma I * n / (9,55 * T_{Br}). \quad [\text{sec}]$$

Mit der Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = \pi * n / 30 \quad [1/\text{sec}]$$

und dem zurückgelegten Drehwinkel

$$\phi = \omega * t / 2 \quad [--]$$

ergeben sich die Anzahl der Nachlaufumdrehungen

$$z = \phi / (2 * \pi). \quad [\text{Umdr.}]$$

Unter Zusammenfassung der Formeln errechnen sich die Nachlaufumdrehungen auch zu

$$z = \omega * t / (2 * 2 * \pi) = \pi * n / 30 * t / (2 * 2 * \pi) \quad [\text{Umdr.}]$$

$$z = n * t / 120 \quad [\text{Umdr.}]$$

Unter Einschluß der Formel für die Zeit t betragen die Nachlaufumdrehungen

$$z = n * t / 120 * \Sigma I * n / (9,55 * T_{Br1}) \quad [\text{Umdr.}]$$

$$z = \Sigma I * n^2 / (1146 * T_{Br1}) \quad [\text{Umdr.}]$$

Mit den Übersetzungen und weiteren Daten läßt sich dann der Nachlaufweg errechnen. Bei einem Fahrwerk mit

$$D_R = \text{Laufraddurchmesser} \quad [\text{m}]$$

beträgt der Nachlaufweg

$$s_{Nach} = z * D_1 / \Sigma i \quad [\text{m}]$$

oder für ein Spindelhub mit

$$h = \text{Hub pro Spindelumdrehung.} \quad [\text{mm}]$$

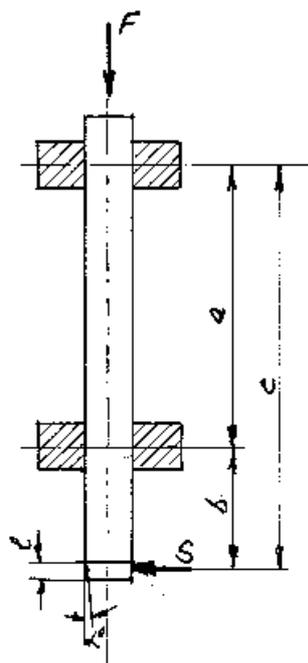
beträgt der Nachlaufweg

$$s_{Nach} = z * h / (i_1 * i_2 * \dots * i_n) \quad [\text{mm}]$$

### 2.7 Verriegelung

Da der errechnete Bremsweg auf Grund verschiedener Umstände nicht ganz exakt sein kann, kann es bei geforderter Reproduzierbarkeit der Positionen erforderlich werden, daß eine Positionskorrektur stattfinden muß. Diese wird in den meisten Fällen mittels Verriegelungsbolzen erreicht.

Sollte sich am Motor eine angebaute Bremse befinden, so muß diese vor der Betätigung der Verriegelung elektrisch gelüftet werden, damit nicht gegen das Bremsmoment verriegelt werden muß.



**Bild 2.6:** Schema des Verriegelungsbolzens

Für die Verschiebekraft am Bolzen wird zum Fahrwiderstand, wie im Abschnitt 2.1.3 ermittelt, ein Zuschlag in Höhe von ca. 10 - 15 % für die Bewegung der rotierenden Teile gemacht. Damit ergibt sich am Bolzen an der Berührungsstelle zur Verriegelungsbohrung eine Verschiebekraft in Horizontalrichtung von

$$S_{\text{hor}} = 1,15 \cdot W. \quad [\text{N}]$$

Daraus ergibt sich die vertikale Verriegelungskraft

$$F_{\text{ver}} = S_{\text{hor}} \cdot [\text{tg}(\alpha + \rho) + \mu \cdot (b + c) / a] \quad [\text{N}]$$

Der maximale Verriegelungsweg beträgt

$$s = 2 \cdot \text{tg} \alpha \cdot l \quad [\text{mm}]$$

wobei  $s > s_{\text{Br}}$  sein muß.

Hierin sind, wie in Bild 2.6 zu ersehen,

$F$	= Verriegelungskraft	[N]
$S$	= Stellkraft	[N]
$\alpha$	= Neigungswinkel an der Kante des Bolzens und Bohrung $\alpha \approx 5^\circ - 10^\circ$	[--]
$\rho$	= Reibungswinkel $\text{tg} \rho = \mu$	[--]
$\mu$	= 0,2 - 0,25 = Reibbeiwert	[--]
$a$	= Abstand der beiden Bolzenführungen	[mm]
$b$	= Abstand der unteren Bolzenführung zur Berührungsstelle	[mm]
$c$	= $a + b$ = Abstand der oberen Bolzenführung zur Berührungsstelle	[mm]
$l$	= Länge der Phase des Bolzens und der Bohrung.	[mm]

## 2.8 Puffer

Die Berechnung der Pufferkräfte ist in der DIN 15018 fest geregelt. Dabei ist darauf zu achten, ob der Puffer am Wagen gegen einen Gegenpuffer fährt oder nur gegen einen Prellbock.

Da vorwiegend Zellstoffpuffer eingesetzt werden, können die Pufferendkräfte nur aus dem Pufferkräfte-diagramm entnommen werden. Dies gilt auch für Gummipuffer und Konusfederpuffer.

### 3 Hubwerk

#### 3.1 Seiltrieb

##### 3.1.1 Bestimmung der Wirkungsgrade

Zur Bestimmung des Seildurchmessers gemäß DIN 15020 sind neben der Traglast auch die Wirkungsgrade aus dem Seiltrieb zu berücksichtigen, wobei beim Heben der Wirkungsgrad die Seilzugkraft vergrößert, also auch bei der Seilbestimmung in Rechnung gesetzt werden muß.

Der Seilrollen-Wirkungsgrad beträgt bei Wälzlagerung der Rolle

$$\eta_R = 0,99.$$

In der DIN 15020, Tabelle 7 sind die Wirkungsgrade  $\eta_F$  der Flaschenzüge sowohl mit Gleitlagerung als auch mit Wälzlagerung aufgelistet.

Laufen bei der Trommel 2 Seilstränge auf, werden nur die Rollen berücksichtigt, die zwischen der Ausgleichsrolle und der Trommel liegen. Bei nur einem auflaufenden Strang werden die zwischen dem festen Seilende und der Trommel liegenden Rollen berücksichtigt.

Der Wirkungsgrad der Seiltrommel beträgt

$$\eta_T = 0,98.$$

##### 3.1.2 Ermittlung des Seildurchmessers

Die maßgebende Seilzugkraft an der Trommel beträgt

$$S = F / (n * \eta_F * \eta_T) \quad [N]$$

Hierin sind

$$F = \text{Kraft aus Nutzlast+Unterflaschengewicht} \quad [N]$$

$$n = \text{Anzahl der Seilstränge der Unterflasche.} \quad [--]$$

Je nach Beanspruchung der Hubwerkes wird der Seiltrieb gemäß DIN 15020, Tabelle 1, in Triebwerksgruppen nach Laufzeitklassen und Lastkollektiven eingeteilt.

Unter Berücksichtigung die Triebwerksgruppen, der Seilmachart und der Seil-Nennfestigkeit kann man aus der DIN 15020, Tabelle 2, den Beiwert  $c$  ermitteln. Daraus ergibt sich der Mindestseildurchmesser

$$d_{\min} = c * \sqrt{S} \quad [mm]$$

mit dem nun das Seil ausgewählt wird.

##### 3.1.3 Durchmesser für Rollen und Trommel

Für die Lebensdauer der Seile ist auch die Häufigkeit der Ablenkungen und Ablenkrichtungen maßgebend, wobei das Verhältnis der Durchmesser der Seilrolle bzw. Seiltrommel zum Seildurchmesser zu beachten ist. Die Durchmesser kann man mit Hilfe der Tabelle 4 und Tabelle 5 nach der Formel

$$D_{\min} = h_1 * h_2 * d_{\min} \quad [mm]$$

errechnen, wobei beim Beiwert  $h_1$  in Tabelle 4 die Triebwerksgruppe, die Seilmachart und die Seilrollenart zu beachten sind.

Der Beiwert  $h_2$  wird aus Tabelle 5 gemäß den Darstellungen der Biegewechsel  $w$  für die Seiltrommel und Ausgleichsrollen (hier ist immer  $h_2 = 1$ ) und für die Seilrollen entnommen.

##### 3.1.4 Wanddicke der Trommel

Mit den Werten

$$S_{\max} = \text{Maximaler Seilzug} \quad [N]$$

$$h = \text{Seiltrommel-Wanddicke im Seilrillengrund} \quad [mm]$$

$$s = \text{Rillensteigung} \quad [mm]$$

$$\sigma_{0,2} = \text{Mindeststreckgrenze} \quad [N/mm^2]$$

beträgt die Spannung in der Seiltrommel-Wanddicke

$$\sigma = 1,2 * S_{\max} / (h * s) \leq \sigma_{0,2} / 1,5. \quad [N/mm^2]$$

Somit beträgt die Mindestwanddicke im Seilrillengrund

$$h_{\min} = 1,8 * S_{\max} / (s * \sigma_{0,2}) \quad [mm]$$

### 3.2 Motorleistung

#### 3.2.1 Wirkungsgrade

Neben den Wirkungsgraden aus den Seilrollen und der Seiltrommel sind die Wirkungsgrade der Getriebe zu berücksichtigen.

Die Wirkungsgrade der Getriebe richten sich nach den Angaben der Hersteller und betragen im allgemeinen je Stufe

$$\eta_{G1} = 0,99. \quad [--]$$

Bei einem offenen Vorgelege ist der Wirkungsgrad auch von der Güte des Tragbildes, d. h., von der Genauigkeit der Montage abhängig, wobei die Durchbiegung des fliegenden Ritzels nicht größer als

$f_{Ri} = 0,005 * m$  ( $m =$  Modul der Verzahnung) [mm]  
 sein darf. Hier kann als Wirkungsgrad der Wert  
 $\eta_v = 0,95$  [--]  
 eingesetzt werden.

Der zu berücksichtigende Gesamtwirkungsgrad beträgt  
 $\Sigma\eta = \eta_F * \eta_I * \eta_{G1}^n$  [--]  
 wobei  $n$  die Anzahl der Getriebestufen ist. Wenn der Getriebehersteller einen Getriebewirkungsgrad angegeben hat, so ist dieser für den Ausdruck  $\eta_{G1}^n$  einzusetzen. Im Falle eines offenen Vorgeleges wird mit  $\eta_v$  zusätzlich multipliziert.

### 3.2.2 Leistungsbestimmung für den Motor

Mit dem vorstehend ermittelten Wirkungsgrad ergibt sich nun die Motorleistung

$$P = G * g * v / (1000 * 60 * \Sigma\eta) \quad [\text{kW}]$$

Hierin sind

- $G$  = Traglast + Unterflaschengewicht [kg]
- $g$  = Erdbeschleunigung ( $\approx 10 \text{ m/sec}^2$ ) [m/sec<sup>2</sup>]
- $v$  = Hubgeschwindigkeit [m/min]
- $\Sigma\eta$  = Gesamtwirkungsgrad. [--]

Aus den Motorlisten wird der Motor mit der angegebenen nächstgrößeren Motorleistung in Verbindung mit der Nenndrehzahl und der benötigten Einschaltdauer (% ED) ausgewählt.

### 3.2.3 Motordaten

Für die weitere Berechnung sind die Motordaten erforderlich, die aus den Motorlisten entnommen werden können. Teilweise werden die Motornennmomente angegeben. Wenn dieses nicht der Fall ist, errechnet sich das Motornennmoment zu

$$T_N = 9550 * P / n. \quad [\text{Nm}]$$

Hierin ist

- $P$  = Motorleistung [kW]
- $n$  = Motornenndrehzahl [1/min]

Weiter sind die Faktoren des

- Anlaufmoments  $K_A = T_A / T_N$  [--]
- Kippmoments  $K_K = T_K / T_N$  [--]
- Sattelmoments  $K_S = T_S / T_N$  [--]

zu beachten.

Für die Berechnung der nachfolgenden Maschinenelemente, wie Wellen, Paßfedern und Getriebe sollte folgendes beachtet werden:

#### (1) Ungeregelte Motoren

Das Auslegungsdrehmoment ist das Kippmoment, falls sich dieses nicht ausbildet, ist das 3-fach Nennmoment maßgebend.

#### (2) Geregelte Motoren

Als Auslegungsdrehmoment ist das Anlaufmoment, jedoch mindestens das 1,5-fache Nennmoment maßgebend. Neuerdings wird statt des Kippmomentes oder Anlaufmomentes auch das Hochfahrmoment angegeben. Da auch hier oft unterschiedliche Angaben zu finden sind, ist darauf zu achten, ob nur der Faktor oder das tatsächlich auftretende Moment angegeben wird.

### 3.3 Massenträgheitsmoment

#### 3.3.1 Translatorische Massenträgheitsmomente

Beim Hubwerk wird für die Last und die Unterflasche das translatorische Massenträgheitsmoment, bezogen auf die Motorenndrehzahl oder auf die Bremsscheibendrehzahl, errechnet. Die Formel lautet, wie unter 2.4.1.1

$$I_T = G * v^2 / (39,5 * n^2). \quad [\text{kgm}^2]$$

Hierin sind

- $G$  = Gewicht der Last und Unterflasche [kg]
- $v$  = Hubgeschwindigkeit [m/min]
- $n$  = bezogene Nenndrehzahl. [1/min]

#### 3.3.2 Rotatorische Trägheitsmomente

Für die Motoren, Bremsscheiben, Kupplungen werden von den Herstellern in der Regel die Massenträgheitsmomente angegeben. Für die Seiltrommel jedoch, und eventuell für die Getriebeeinbauten, sind die Trägheitsmo-

mente zu errechnen. Bei der Seiltrommel ist das Seil zu berücksichtigen, wenn sich die Unterflasche in der oberen Stellung befindet, also das Seil überwiegend auf der Trommel aufgewickelt ist.

Das Massenträgheitsmoment der Trommelmantel mit aufliegendem Seil errechnet sich vereinfacht zu

$$I_{\text{Mantel}} = m \cdot r^2 = m \cdot (D_a^2 + D_i^2) / 8 \quad [\text{kgm}^2]$$

Hierin sind

$m$  = Masse des Trommelmantels plus Seil [kg]

$D_a$  = Außendurchmesser bei Mitte Seil [m]

$D_i$  = Innendurchmesser des Trommelmantels [m]

Die Trommelbordscheiben errechnen sich ebenfalls nach der vorstehenden Formel, wobei jedoch die Innendurchmesser von dem Nabendurchmesser oder dem Außendurchmesser des Wellenstumpfes bestimmt wird. Falls ein eingeschweißter Wellenstumpf vorhanden ist, errechnet sich das Massenträgheitsmoment dafür zu

$$I_{\text{welle}} = m \cdot d^2 / 8 \quad [\text{kgm}^2]$$

wobei hier

$d$  = der Durchmesser des Wellenstumpfes [m]

ist.

Die ermittelten Massenträgheitsmomente müssen dann auf die bezogene Nenndrehzahl reduziert werden. Die Formel hierfür lautet

$$I_{\text{red}} = I_2 \cdot n_2^2 / n_1^2. \quad [\text{kgm}^2]$$

### 3.3.3 Summe aller Trägheitsmomente

Alle auf die Nenndrehzahl reduzierten Trägheitmomente werden addiert zu

$$\Sigma I = I_T + I_{\text{red}}. \quad [\text{kgm}^2]$$

### 3.4 Bremsmoment

Bei der Hubwerksbremse ist zu beachten, daß diese zusätzlich zum Abbremsen der Massenträgheitsmomente auch die Last dynamisch abbremsen muß. Hier sind die Auswirkungen der Notausschaltung maßgebend, die nur beim Senken betrachtet werden.

Zur Berechnung des Lastmomentes sind folgende Daten zu beachten

$G_L$  = Gewicht der Last [kg]

$G_F$  = Gewicht der Unterflasche [kg]

$n$  = Anzahl der Seilstränge [--]

$s_T$  = Anzahl der auf die Trommel auflaufender Stränge [--]

$D_T$  = Trommeldurchmesser. [m]

Die Berechnung der Seilzugkraft ist im Abschnitt 3.1.2 beschrieben.

Mit dieser Seilzugkraft beträgt das Moment an der Seiltrommel

$$T_T = D_T \cdot S \cdot s_T / 2 \quad [\text{Nm}]$$

Dieses Drehmoment wird nun durch die Übersetzung des Getriebes zwischen der Trommel und der Bremse unter Berücksichtigung des Getriebe-Wirkungsgrades geteilt. Somit ergibt sich an der Bremscheibe ein zu haltendes Lastmoment von

$$T_{\text{LBe}} = T_T \cdot \eta_{G1}^n / i \quad [\text{Nm}]$$

Der Zuschlag für das dynamische Abbremsen ergibt sich aus

$$T_{\text{Ld}} = 0,1 \cdot T_{\text{LBe}}. \quad [\text{Nm}]$$

Das erforderliche Bremsmoment errechnet sich dann zu

$$T_{\text{br}} = (2,5 - 3) \cdot (T_{\text{LBe}} + T_{\text{Ld}}). \quad [\text{Nm}]$$

Mit den Daten der ausgewählten Bremse muß eine Kontrollrechnung durchgeführt werden, wobei folgende Daten zu berücksichtigen sind:

$\Sigma I$  = Summe aller reduzierten Massenträgheitsmomente [kgm<sup>2</sup>]

$n$  = Drehzahl der Bremscheibe [1/min]

$T_{\text{Br}}$  = Bremsmoment der Bremse. [Nm]

Da von dem zur Verfügung stehenden Bremsmoment  $M_{\text{Br}}$  ein Teil zum Halten der Last benötigt wird, verbleibt der Rest zum Abbremsen der Massenträgheitsmomente. Das hierfür zur Verfügung stehende Bremsmoment beträgt

$$T_{\text{Brv}} = T_{\text{Br}} - (T_{\text{LBe}} + T_{\text{Ld}}). \quad [\text{Nm}]$$

Mit diesem Bremsmoment ergibt sich die Bremszeit

$$t = \Sigma I \cdot n / (9,55 \cdot T_{\text{Brv}}). \quad [\text{sec}]$$

Es kann beim Notaus erforderlich sein, daß der Nachlaufweg bekannt ist. Dieser errechnet sich dann zu  
 $s = v \cdot t / (60 \cdot 2)$ . [m]

Hierin sind

$v$  = Hubgeschwindigkeit [m/min]

$t$  = Bremszeit. [sec]

Sollte eine besondere Forderung bestehen, wie z. B., daß das 1,25-fache Lastmoment dynamisch abzubremesen sei, ist hierfür eine zusätzlich Berechnung durchzuführen mit

$$T_{\text{Brvd}} = T_{\text{Br}} \cdot 1,25 \cdot (T_{\text{LBe}} \cdot T_{\text{Ld}}). \quad [\text{Nm}]$$

Hier würde die Bremszeit und also auch der Bremsweg länger sein.

## 4 Wellen und Wellenverbindungen

Hier wird **nicht** auf die allgemeine Spannungsberechnung aus Biegemoment, Querkraft und Torsion eingegangen, sondern nur auf die spannungserhöhenden Kerbwirkungen.

Bei der Wellenberechnung ist es für den Prüfer uninteressant, wie man an den Wellendurchmesser gekommen ist. Solche Ermittlungen können in einer Nebenrechnung durchgeführt werden. Nachgewiesen werden muß die tatsächliche Spannung unter Berücksichtigung aller Einflüsse.

### 4.1 Ermittlung der Spannungsspielzahl

#### 4.1.1 Lastspielzahl

Unter der Lastspielzahl  $N_A$  versteht man die Anzahl der Lastspiele, wie z. B. bei einem Hebezeug den kompletten Arbeitsgang vom Anheben, Verfahren und wieder Absetzen der Last. Das bedeutet also, von der Belastung des Systems bis zur Entlastung des Systems, unabhängig von der Dauer der Belastung.

#### 4.1.2 Spannungsspielzahl

Aus der Lastspielzahl  $N_A$  läßt sich die Spannungsspielzahl  $N$  errechnen. Hierbei wird berücksichtigt, daß beim Anheben der Last in dem System Spannungsamplituden auftreten, die um die statische Spannung mit Plus- und Minuswerten schwanken. Diese Amplituden unterliegen aber einer Dämpfung, so daß nicht alle Amplituden bis zum Erreichen der statischen Spannung in Rechnung zu setzen sind, sondern nur ein äquivalenter Wert.

Auf Grund verschiedener Arbeiten und Untersuchungen an der TU Darmstadt, ehem. Lehrstuhl von Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Neugebauer, wurde für ein Lastspiel gemäß [4] ein äquivalentes Spannungsspiel von  $n = 7,71$  ermittelt.

Somit errechnet sich die Spannungsspielzahl zu

$$N = n \cdot N_A = 7,71 \cdot N_A$$

### 4.2 Ermittlung der Spannungen

Die Berechnung der *Tragfähigkeit von Wellen, Achsen, Bolzen, Dauerfestigkeit, statische Festigkeit* erfolgt gemäß der DIN 743, Teil 1 bis 4, wobei in Teil 2 die Werkstoff-Festigkeitswerte und in Teil 3 die Berechnung behandelt wird. Die Formzahlen und Kerbwirkungszahlen können mittels des Teils 4 ermittelt werden.

Unabhängig von der DIN 743 können die Kerbeinflüsse auch nach [1] berücksichtigt werden, wie in den nachstehenden Abschnitten aufgeführt.

#### 4.2.1 Festigkeit

Die Festigkeitswerte im Maschinenbau sind abhängig von der Beanspruchung, d. h. auch von der Spannungsspielzahl, die das Maschinenelement zu ertragen hat.

Hier unterscheidet man an Hand der Spannungsspielzahl zwischen

statischer Festigkeit mit  $N \leq 1 \cdot 10^4$  Spannungsspielen

Zeitfestigkeit mit  $N > 1 \cdot 10^4 < 1 \cdot 10^6$  Spannungsspielen

Dauerfestigkeit mit  $N \geq 1 \cdot 10^6$  Spannungsspielen.

In [1] werden auch die unterschiedlichen Belastungen, wie ruhend, schwellend oder wechselnd betrachtet.

##### 4.2.1.1 Fiktive Streckgrenze

Nur bei Werkstoffen mit einem Streckgrenzenverhältnis

$$\sigma_{0,2}/\sigma_B > 0,7$$

wird teilweise an Stelle der Streckgrenze mit der fiktiven Streckgrenze gerechnet. Diese errechnet sich zu

$$\sigma_{fik} = 0,7 \cdot \sigma_B \quad [N/mm^2].$$

Bei einem Streckgrenzenverhältnis von

$$\sigma_{0,2}/\sigma_B \leq 0,7$$

wird wie üblich mit  $\sigma_{0,2}$  gerechnet.

### 4.2.2 Statische Festigkeit

#### 4.2.2.1 Festigkeitswerte ohne Kerben

Es ist bei den Biegebeanspruchungen darauf zu achten, daß die Biegefließgrenze  $\sigma_{bF}$  aus der Streckgrenze  $\sigma_S$  bzw.  $\sigma_{0,2}$  [N/mm<sup>2</sup>] ermittelt wird. Diese ergibt sich zu

$$\sigma_{bF} = \sigma_S \cdot \upsilon_{sb} \quad \text{mit dem statischen Biegestützfaktor} \quad [N/mm^2]$$

$$\upsilon_{sb} = 1 + 0,53 \cdot (300/\sigma_S)^{0,25} \quad \text{für den Rundstab}$$

$$\upsilon_{sb} = 1 + 0,37 \cdot (300/\sigma_S)^{0,25} \quad \text{für den Flachstahl.}$$

Dabei wird eine ca. 2% plastische Verformung zugelassen.

### 4.2.2.2 Festigkeitswerte mit Kerben

Die spannungserhöhende Wirkung von Kerben wird durch die Formzahl  $\alpha_k$  berücksichtigt. Läßt man auch hier eine 2%ige Verformung an den höchstbeanspruchten Stellen des Querschnittes zu, so ist die rechnerische Fließgrenze unter Berücksichtigung der Kerbwirkung

$$\sigma_{FK} = v_{sk} \cdot \sigma_S / \alpha_k \quad [\text{N/mm}^2]$$

mit dem statischen Kerbstützfaktor

$$v_{sk} = 1 + 0,75(c \cdot \alpha_k - 1) \cdot (300 / \sigma_S)^{0,25} \quad \text{mit } \sigma_S \text{ in } [\text{N/mm}^2]$$

mit  $c = 1,0$  für Zug-Druckbeanspruchungen

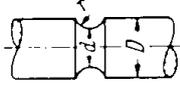
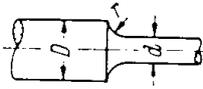
$c = 1,7$  für Biegung des Rundstabes

$c = 1,5$  für Biegung des Flachstabes

$c = 1,3$  für Torsion des Rundstabes, sinngemäß mit  $\tau_F$  rechnen

Die erforderlichen Formzahlen können in [1], nach Tafel 3/6, Seite 74 ermittelt werden.

**Tafel 3/6.** Formzahlen nach Gleichung  $\alpha_k = A + B(X - C)$  mit  $x = \sqrt{d/r}$  (ermittelt nach Angaben von K. Rühl)

	Welle mit Rundkerbe			Welle mit Absatz		
						
bei	Zug	Biegung	Torsion	Zug	Biegung	Torsion
$A =$	1,140	1,154	1,070	1,080	0,780	0,950
$C =$	0,830	0,980	0,940	0,770	0	0,30
$d/D$	$B$					
0,2	0,7201	0,5461	0,2767	0,4884	0,3689	0,1983
0,4	0,6880	0,5315	0,2691	0,4579	0,3562	0,1895
0,6	0,6340	0,5055	0,2557	0,4107	0,3346	0,1747
0,8	0,5255	0,4451	0,2246	0,3254	0,2885	0,1452
0,9	0,4105	0,3687	0,1855	0,2452	0,2359	0,1137
0,95	0,3052	0,2873	0,1442	0,1783	0,1840	0,0847
0,98	0,1960	0,1914	0,0958	0,1127	0,1215	0,0538

In den meisten Fällen ergibt sich, daß der statische Kerbstützfaktor  $v_{sk}$  größer ist als die Formzahl  $\alpha_k$ , so daß die Kerbwirkung dann vernachlässigt werden kann.

#### Ausnahme:

Bei Wellen mit Paßfedernuten oder Keilwellen sind Formzahlen  $\alpha_k$  derzeit nicht bekannt, so daß diese Maschinenelemente nicht statisch nachgewiesen werden können, sondern wie nachstehend im Abschnitt 4.2.3.

### 4.2.3 Zeit- und Dauerfestigkeit

Bei der Berechnung dieser Festigkeiten bestehen grundsätzlich keine Unterschiede. Lediglich die zulässigen Spannungen sind in Abhängigkeit der Spannungsspielzahl unterschiedlich.

Zur genaueren Ermittlung der zulässigen Spannungen von der statischen über die Zeitfestigkeit bis zur Dauerfestigkeit muß die doppellogarithmische Wöhler-Linie des Werkstoffes in Abhängigkeit der Spannungsspielzahl aufgetragen werden. An Hand der Spannungsspiel kann man dann die zulässige Spannung ermitteln.

Die mittleren Dauerfestigkeitswerte können in [1], Abschnitt 3.3.5 für Stahl, Grauguß und Leichtmetall der Tafel 3/4, Seite 67 oder einem Dauerfestigkeitsschaubild (Smith-Diagramm) entnommen werden.

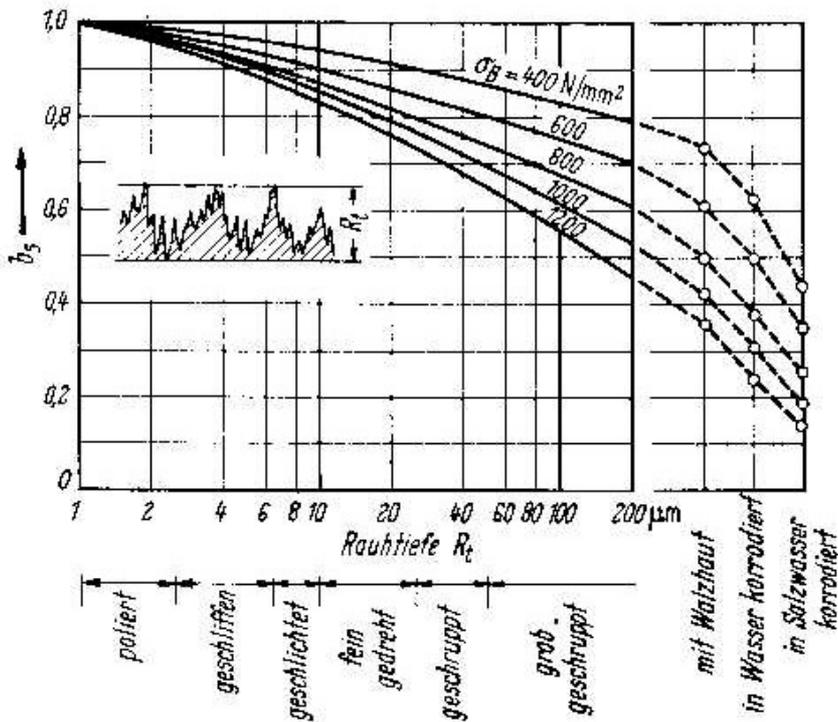
#### 4.2.3.1 Festigkeitswerte ohne Kerben

Bei den Festigkeitswerten ohne Kerben bezieht sich die zulässige Spannung auf eine polierte, ungekerbte Probe. Einen Einfluß hat jedoch bei Biege- und Torsionsbeanspruchungen, die Oberflächenbeschaffenheit und die Baugröße. Diese Einflüsse werden mittels der Faktoren

$b_s$  für die Oberflächenbeschaffenheit, siehe Bild 3/26 in [1], [--]

$b_o$  für den Durchmesser, siehe Bild 3/27 in [1], [--]

berücksichtigt.



**Bild 3/26 in [1]** Oberflächeneinflussfaktor  $b_s$

Für Zeitfestigkeit bei  $N \leq 10^3$  Spannungsspiele kann  $b_s \approx 1$  gesetzt werden.

Durchmesser	$d$ (mm)	10	20	30	40	50	60	80	100	150	200	250	300
Größenfaktor $b_0$	$b_0$	1,00	0,94	0,9	0,88	0,86	0,85	0,82	0,80	0,77	0,75	0,72	0,70

**Bild 3/27 in [1]** Größenfaktor für statische, Zeit- und Dauerfestigkeit

Die Formel zur Berechnung des Größenfaktors  $b_0$  lautet

$$b_0 = 1,2 - 0,2 \cdot \log d \quad [d \text{ in mm}]$$

Damit wird die nutzbare Biegewechselfestigkeit

$$\sigma_{bWN} = \sigma_{bW} \cdot b_s \cdot b_0 \quad [N/mm^2]$$

oder auch

$$\tau_{tWN} = \tau_{tW} \cdot b_s \cdot b_0 \quad [N/mm^2]$$

#### 4.2.3.2 Festigkeitswerte mit Kerben

Bei gekerbten Bauteilen ist eine verminderte Dauerfestigkeit vorhanden, die als Gestaltfestigkeit bezeichnet wird. Als Vergleich wird hier die Nennspannung herangezogen. Als Maß für die Minderung der Dauerfestigkeit wird die Kerbwirkungszahl  $\beta_k$  als Verhältnis der Wechselfestigkeit  $\sigma_w$  der ungekerbten Probe zur Gestaltfestigkeit der gekerbten Probe  $\sigma_{wK}$  bei gleicher Beanspruchungsart (Zug-Druck, Biegung, Torsion) und etwa 10 mm definiert:

$$\beta_k = \sigma_w / \sigma_{wK} \quad [--]$$

Die Gestaltfestigkeit einer biegewechselbeanspruchten gekerbten Welle berechnet man z. B. aus

$$\sigma_{bWK} = \sigma_{bW} \cdot b_s \cdot b_0 / \beta_{kb} \quad [N/mm^2]$$

oder analog bei torsionsbeanspruchten gekerbten Wellen aus

$$\tau_{tWK} = \tau_{tW} \cdot b_s \cdot b_0 / \beta_{kt} \quad [N/mm^2]$$

Einige Werte für  $\beta_k$  können der Tafel 3/5 auf Seite 72 in [1] entnommen werden. Hierbei ist jedoch zu beachten, daß diese Werte vorwiegend für einen Wellenwerkstoff der Qualität St 50 gelten. Mit zunehmender Biegefestigkeit wird  $\beta_k$  größer. Siehe hierzu auch DIN 743, Teil 1 bis Teil 4.

Bei Wellen mit Rundkerben und Absätzen kann  $\beta_k$  wie folgt errechnet werden

$$\beta_k = \alpha_k \cdot \nu_d \quad [--]$$

Aus Tafel 3/6, Seite 74 in [1] errechnet sich

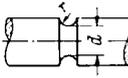
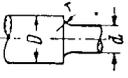
$$\alpha_k = A + B(X - C) \text{ mit } X = \sqrt{(d/r)} \quad [--]$$

wobei die Werte A, C und B aus der Tafel entnommen werden.

Der dynamische Stützfaktor  $\nu_d$  berücksichtigt auch die Werkstoffkonstante  $\rho^*$  in Tafel 3/8, Seite 75 in [1] und das Spannungsgefälle  $S_\sigma$  in Tafel 3/7, Seite 75 in [1] und errechnet sich aus

$$\nu_d = 1 + (\rho^* \cdot S_\sigma)^{0,5} \quad [--]$$

Tafel 3/7. Bezogenes Spannungsgefälle  $s_\sigma = d\sigma/(d_x \cdot \sigma_{\max})$

Belastungsart	Bezogenes Spannungsgefälle $s_\sigma$ in 1/mm	Form	
Biegung	$s_\sigma = \frac{2}{d} + \frac{2}{r} (R)$	$R = \text{Rillenkerbe}$	
	$s_\sigma = \frac{4}{D+d} + \frac{2}{r} (A)$		
Zug, Druck	$s_\sigma = \frac{2}{r} (A, R)$	$A = \text{Absatz}$	
	$s_\sigma = \frac{2}{d} + \frac{1}{r} (R)$		
Torsion	$s_\sigma = \frac{4}{D+d} + \frac{1}{r} (A)$		

Die Spannungen können somit auch wie folgt ermittelt werden:

$$\sigma_{\text{bWK}} = \sigma_{\text{zW}} \cdot \nu_d \cdot b_s / \alpha_{\text{kb}} \quad [\text{N/mm}^2]$$

$$\tau_{\text{tWK}} = \tau_{\text{W}} \cdot \nu_d \cdot b_s / \alpha_{\text{kt}} \approx \sigma_{\text{zW}} \cdot \nu_d \cdot b_s / (\sqrt{3} \cdot \alpha_{\text{kt}}) \quad [\text{N/mm}^2]$$

Tafel 3/8. Werkstoffkonstante  $\varrho^*$  für verschiedene Werkstoffe abhängig von der Zugfestigkeit bzw. der 0,2-Dehngrenze

Stahl <sup>1</sup>										
$\sigma_B$	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	N/mm <sup>2</sup>
$\varrho^*$	0,054	0,046	0,038	0,032	0,026	0,020	0,015	0,010	0,006	mm
GG <sup>1</sup>			Al, Cu, Mg <sup>1</sup>		Austenitische Stähle <sup>1 2</sup>					
$\sigma_B$	150	200	300	$\sigma_{0,2}$	200	400	200	300	400	N/mm <sup>2</sup>
$\varrho^*$	0,320	0,240	0,210	$\varrho^*$	0,061	0,051	0,130	0,10	0,080	mm

<sup>1</sup> Nach Angaben von Siebel. Von Petersen werden größere Werte angegeben, z. B. Stahl:  $\varrho^* \approx (140/\sigma_B)^2$ . Nach Petersen ist Stahlguß und Temperguß wie Stahl einzuordnen.  
<sup>2</sup> Z. B. X12CrNi188 („V2A“-Stahl)korrosionsbeständiger Stahl, oder X40MnCr22 – kaltzäher Stahl.

Für Wellen mit Paßfedernnut sind in der DIN 6892 im Abschnitt 5.2 Kerbwirkungszahlen  $\beta_{\text{cb}} \approx 3$  bis 4 für die Beanspruchung aus Umlaufbiegung und  $\beta_{\text{ct}} \approx 1,4$  bis 1,5 für die Beanspruchung aus schwingender Torsion angegeben. Weitere und genauere Angaben sind der DIN 6892 zu entnehmen.

Da in der Norm nicht zu erkennen ist, daß diese Kerbwirkungszahlen auch für Wellen mit 2 Paßfedern gilt, wird hier empfohlen, sicherheitshalber mit dem fiktiven Wellendurchmesser, wie in Bild 4.1 dargestellt zu rechnen, indem man die Nuttiefe  $t_1$  vom Wellendurchmesser  $D$  abzieht. Damit erhält man den fiktiven Wellendurchmesser

$$d = D - t_1 \quad [\text{mm}]$$

mit dem dann so gerechnet wird, als wenn nur eine Paßfeder eingesetzt würde.

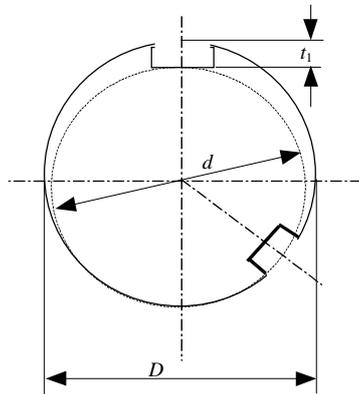


Bild 4.1: Fiktiver Wellendurchmesser bei zwei Paßfedernnuten

#### 4.2.4 Zusammengesetzte Spannungen

Die in Wellen usw. ermittelten Spannungen werden je nach Spannungsart überlagert. Da die maximale Schubspannung aus der Querkraft nicht mit der maximalen Biegespannung zusammenfällt, ist hier eine Addition nicht erforderlich.

Anders ist es jedoch bei den Torsionsspannungen. Diese müssen mit der Biegespannung zur Vergleichsspannung nach der Gestaltänderungshypothese zusammengesetzt werden, wobei das Anstrengungsverhältnis mit  $\alpha_o = 1$  vereinfacht wird. Die Vergleichsspannung beträgt damit

$$\sigma_v = \sqrt{(\sigma_b^2 + 3 \cdot \tau_t^2)} \quad [\text{N/mm}^2]$$

#### 4.3 Sicherheiten

Sind keine geforderten Sicherheiten vorhanden, so sind diese aus den Erfahrungen heraus festzulegen. Hier sollte außer der Einsatzhäufigkeit auch die Dauer einer Betriebsunterbrechung beim Ausfall des Bauteils berücksichtigt werden. Andererseits sind auch wirtschaftliche Gründe zu beachten.

Grundsätzlich kann gesagt werden, daß die Sicherheit desto kleiner gewählt werden kann, je genauer die Beanspruchung, d. h., die Kräfte und Spannungsspiele, bekannt sind.

In /1/ sind folgende Sicherheiten genannt

$S_D = 1,5$ bis $3,0$ bei Rechnung gegen Dauerbruch	$\sigma_D$
$S_V = 1,2$ bis $2,0$ bei Rechnung gegen Verformen	$\sigma_{bF}, \sigma_{FK}$
$S_B = 2,0$ bis $4,0$ bei Rechnung gegen Bruch	$\sigma_B$

Unter Berücksichtigung der Belstungsart, ob statisch oder dynamische, und der Einflüsse von Kerben beträgt die Sicherheit

$$S = \sigma_{zul} / \sigma_{v,vorh}$$

wobei sich  $\sigma_{zul}$  aus den vorstehenden Werten bei Dauerbruch, Verformung und Bruch richtet.

Abweichend von den vorstehenden Sicherheiten wurden für die Augenberechnungen gemäß Abschnitt 5 gesonderte Sicherheiten festgelegt und dort aufgeführt.

#### 4.4 Paßfeder

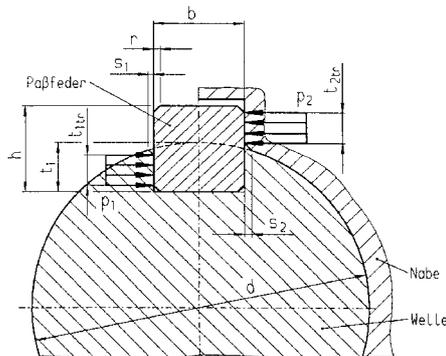
Für alle Berechnungsmethoden und Vorschriften gilt einheitlich, daß sich die zu berücksichtigende Umfangskraft grundsätzlich aus

$$F_U = 2 \cdot T_{Nenn} / d \quad [\text{N}]$$

errechnet. Es ist jedoch dabei zu beachten, daß gegebenenfalls das Nenn-Drehmoment  $T_{Nenn}$  mit dem Anwendungsfaktor  $K_A$  aus der DIN 3990 zu dem äquivalenten Drehmoment  $T_{eq} = K_A \cdot T_{Nenn}$  umgerechnet wird, so daß dann die zu berücksichtigende Umfangskraft

$$F_U = 2 \cdot T_{eq} / d \quad [\text{N}]$$

beträgt.



**Bild 4.2:** Geometrie und Flächenpressung an der Paßfederverbindung

Bei einigen Berechnungsmethoden muß für die Lastspitzen eventuell zusätzlich das maximale Drehmomente  $T_{max}$  berücksichtigt werden.

Deweiteren ist die tragende Länge der Paßfeder zu beachten. In [17] wurde nachgewiesen, daß die tragende Länge der Paßfeder nicht größer sein darf, als das 1,2- bis 1,3-fache des Wellendurchmessers. Bei einer größeren tragenden Länge würde sich auf Grund der Verdrehung der Welle das Tragbild verschlechtern, so daß die errechneten Spannungen unstimmig sein würden.. Aus diesem Grunde sind sowohl in der nachfolgend genannten DIN 6892 als auch beispielsweise in der KTA 3902 und der DIN 19704 die tragenden Längen begrenzt.

#### 4.4.1 Berechnung nach der DIN 6892

Die DIN 6892, *Paßfedern, Berechnung und Gestaltung*“ unterscheidet drei Berechnungsmethoden:

**Methode A:** Hierbei handelt es sich um einen experimentellen Festigkeitsnachweis am Bauteil unter Praxisbedingungen und/oder um eine umfassende rechnerische Beanspruchungsanalyse der kompletten Paßfederverbindung, bestehend aus Welle, Paßfeder und Nabe.

Für diese Methode besteht z. Zt. noch keine allgemeingültige Vorgehensweise, so daß sie auch derzeit nicht zur Anwendung kommt.

**Methode B:** Die Auslegung erfolgt auf Grund einer genaueren Berücksichtigung der auftretenden Flächenpressungen. Außerdem wird ein Festigkeitsnachweis für die Welle nach dem Nennspannungskonzept durchgeführt.

Bei den Flächen für die Flächenpressung werden hier sowohl die Nuttiefen als auch die Fasenkanten der Paßfedern selber berücksichtigt, wie in Bild 1 der DIN 6892 dargestellt.

Die weiteren Berechnungsschritte und die Berücksichtigung der einzelnen Faktoren sind in der Norm eingehend im Abschnitt 5.1 der DIN 6892 aufgeführt.

Im Abschnitt 5.2. der DIN 6892 wird die Wellenbeanspruchung behandelt

**Methode C:** Überschlägige Berechnung der Flächenpressung und daraus resultierender Abschätzung für die Wellenbeanspruchung.

Diese Methode entspricht in etwa der nachfolgenden Berechnung, wobei bei der hier genannten zulässigen Flächenpressung von  $p_{zul} = 0,9 \cdot R_p$  eine Richtungsumkehr des Momentes nicht erfolgen soll.

#### 4.4.2 Berechnung nach KTA 3902

Die beispielsweise in der KTA 3902 festgelegten zulässigen Spannungen haben sich in der Praxis bewährt und nach dem derzeitigen Kenntnisstand noch nicht zu einem Versagen geführt. Auf Grund der geringeren zulässigen Flächenpressung ist hier eine Umkehr des Moments zulässig.

Bei den Paßfederverbindungen müssen die Streckgrenzen der **drei** Werkstoffe der Welle, der Paßfeder und der Nabe beachtet werden. Die Streckgrenze mit dem kleinsten Wert ist für die Flächenpressung maßgebend.

Die Umfangskraft an der Welle mit  $d$  beträgt aus dem zu übertragenden Nennmoment mit  $T_{Nenn}$

$$F_U = 2 \cdot T_{Nenn} / d. \quad [N]$$

Mit der tragenden Höhe von  $h = 0,5 \cdot \text{Paßfederhöhe}$  beträgt die Flächenpressung bei einer Paßfeder mit

$l = \text{tragende Länge}$ , wobei  $l \leq 1,2 \cdot d$  nach [17] [mm]

$$p = F_U / (l \cdot h) \quad [N/mm^2]$$

wobei die zulässige Flächenpressung bei einer Paßfeder

$$p_{zul} = 0,4 \cdot \sigma_{0,2} \quad [N/mm^2]$$

nicht überschritten werden darf.

Bei Verwendung von 2 Paßfedern, die in einem Winkel von  $120^\circ$  versetzt sein sollen, beträgt die zulässige Flächenpressung

$$p_{zul} \leq 0,3 \cdot \sigma_{0,2} \quad [N/mm^2]$$

Bei gehärteten Paßfederverbindungen, wobei alle 3 Teile gehärtet sein müssen, betragen die zulässigen Flächenpressungen bei einer Paßfeder

$$p_{zul} \leq 0,5 \cdot \sigma_{0,2} \quad [N/mm^2]$$

des Grundwerkstoffes und bei zwei Paßfedern

$$p_{zul} \leq 0,4 \cdot \sigma_{0,2}. \quad [N/mm^2]$$

des Grundwerkstoffes.

#### 4.5 Keilwelle nach DIN 5462, DIN 5463 und DIN 5464

Bei der Berechnung der Keilwellen wird nur ein Tragen von 75 % der Keilflächen angenommen. Die Flächenpressung errechnet sich dann zu

$$p = T_{eq} / (0,75 \cdot i \cdot h \cdot r_m \cdot l) < p_{zul} = 0,4 \cdot \sigma_{0,2}. \quad [N/mm^2]$$

Hierin sind

$T_{eq} = \text{Drehmoment}$  [Nmm]

$i = \text{Anzahl der Keile}$  [--]

$h = (d_2 - d_1) / 2 = \text{Keilhöhe}$  [mm]

$d_2 = \text{Kopfkreisdurchmesser}$  [mm]

$d_1 = \text{Fußkreisdurchmesser}$  [mm]

$r_m = (d_1 + d_2) / 2 = \text{Mittlerer Radius}$  [mm]

$l = \text{Nabenlänge}$  [mm]

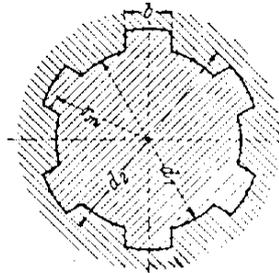


Bild 4.3: Keilwelle und Keilnabe nach DIN 5461 bis 5464

4.6 Zahnwellen-Verbindung mit Evolventenflanken nach DIN 5480

Maße in mm

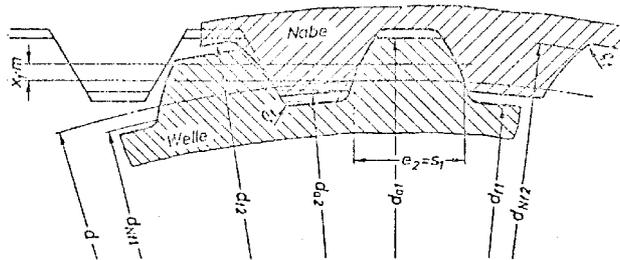


Bild 4.4: Zahnwellen-Verbindung mit Evolventenflanken

Formelzeichen:

- $z$  = Zähnezahl [--]
- $m$  = Modul [mm]
- $h$  =  $1,0 * m$  = Zahnhöhe [mm]
- $b$  = Zahnbreite [mm]
- $s$  =  $2,17 * m$  = Zahnfußdicke [mm]
- $T_{Nenn}$  = Nenndrehmoment. [Nmm]

Mit dem Zahndruck

$$F_U = 2 * T_{Nenn} / (m * z^2) \quad [N]$$

eträgt die auftretende Biegespannung unter Annahme, daß der Zahndruck am Zahnkopf wirkt

$$\sigma_b = 2 * T_{Nenn} * 6 * h / (m * b * z^2 * s^2) = F_U * 6 * h / (b * s^2) \leq \sigma_{zul} = 0,4 * \sigma_{0,2} \quad [N/mm^2]$$

Die Flächenpressung beträgt

$$p = 2 * T_{Nenn} / (m * z^2 * h * b) = F_U / (h * b) \leq p_{zul} = 0,4 * \sigma_{0,2} \quad [N/mm^2]$$

Die Torsionsspannung beträgt

$$\tau = 16 * T_{Nenn} / (\pi * m^3 * z^3) = 8 * F_U / (\pi * m^2 * z) \leq \tau_{zul} = 0,4 * \sigma_{0,2} / \sqrt{3} \quad [N/mm^2]$$

Siehe hierzu auch [1], Abschnitt 18.3.4, Tafel 18/9, Seite 376.

4.7 Verbindungen mit Ringfeder-Spannsätzen

Bei den Ringfeder-Spannsätzen gibt es eine Vielzahl von Ausführungen, wie sie beispielsweise in Bild 4.4 dargestellt sind.

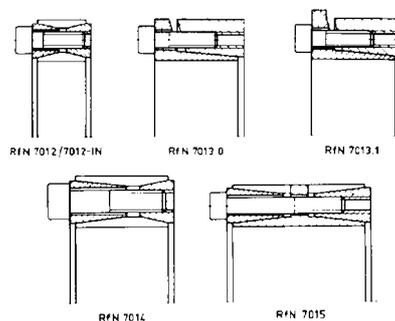
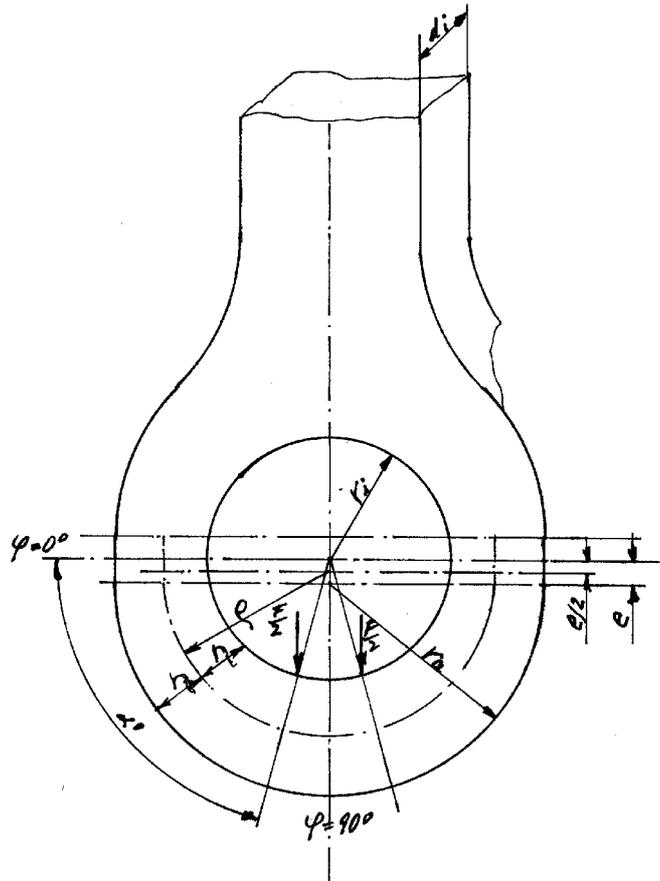


Bild 4.5: Verschiedene Ringfeder-Spannsätze

Es wird dringenst empfohlen, sich bei Verwendung dieser Spannsätze mit dem Hersteller in Verbindung zu setzen.

**5 Berechnung eines Augenstabes**  
**5.1 Formeln zur Berechnung des Augenstabes nach Poozza und Kuntsch**



**Bild 5.1** Augenstab

**5.1.1 Formelzeichen** Siehe hierzu Bild 5.1

$F$	=	Kraft	[N]
$r_a$	=	Außenradius	[mm]
$r_i$	=	Innenradius	[mm]
$e$	=	$0,2 \cdot (r_a - r_i)$ Exzentrizität <sup>1</sup>	[mm]
$\varphi$	=	Winkel des Querschnitts	[°]
$e_\varphi$	=	$e \cdot \varphi / 90^\circ$	[mm]
$d_i$	=	Augendicke	[mm]
$\rho$	=	$(r_a + r_i) / 2$ = Mittelradius	[mm]
$\eta_\varphi$	=	$(r_a - r_i + e_\varphi) / 2$	[mm]
$\eta_w$	=	$(r_a - r_i) / 2$ = Halbe Wangenbreite	[mm]
$\eta_k$	=	$(r_a + e - r_i) / 2$ = Halbe Kopfbreite	[mm]
$A_\varphi$	=	$(r_a - r_i + e_\varphi) \cdot t$ = Wangenquerschnitt bei $\varphi$	[mm <sup>2</sup> ]
$A_w$	=	$(r_a - r_i) \cdot t$ = Wangenquerschnitt	[mm <sup>2</sup> ]
$A_k$	=	$(r_a + e - r_i) \cdot t$ = Kopfquerschnitt	[mm <sup>2</sup> ]
$f_\varphi$	=	$0,5 - 0,1294 \cdot \varphi / 90^\circ$	[--]
$\alpha^\circ$	=	Lastwinkel	[°]
$\lambda$	=	Beiwert für Lastwinkel	[--]
$s$	=	Passungsspiel	[%]
$x$	=	-1,0 bei der Innenseite	[--]
$x$	=	-0,5 bei halber Innenseite	[--]
$x$	=	$\pm 0,0$ in der Mitte	[--]
$x$	=	+0,5 bei halber Außenseite	[--]
$x$	=	+1,0 bei der Außenseite	[--]

<sup>1</sup> Die wirtschaftlichste Kopfüberhöhung beträgt ca. 20%, daher der Faktor als Zahlenwert von 0,2.

### 5.1.2 Beiwert für Lastwinkel

Poozza hat in [2] die Last geteilt betrachtet und beide Lasten in einem Winkel  $\alpha^\circ$  von den Wangen her gesehen, angreifen lassen.

Wie Poozza in [2] berichtet, wurden bei den Spannungsmessungen der Firma May-Pressenbau GmbH in Schwäbisch Gmünd die Versuchsanordnung auch so gewählt, daß die Wangen bei einer geringen Verformung nicht am Zugbolzen anliegen würden.

Wie in [3] berichtet wird, stellte man bei Versuchen an der TU Karlsruhe fest, daß bis zu einem Passungsspiel von ca. 3 % nur etwa der Bereich von je ca. 30° links und rechts von der Krafrichtung an der Kraftübertragung beteiligt ist, so daß kleinere Passungsspiele unberücksichtigt bleiben können.

Das Passungsspiel sollte deshalb  $s \leq 3\%$  nicht überschreiten.

Wenn das Passungsspiel größer als 3 % ist, kann man davon ausgehen, daß die Lasteinleitung annähernd „punktförmig“ am Kopf erfolgt. In diesem Fall ist mit einem Lastwinkel von 90° zu rechnen.

Das Passungsspiel beträgt

$$s = (d_{\text{Bohrung}} - d_{\text{Bolzen}}) / d_{\text{Bohrung}} * 100 \quad (\%)$$

Der Beiwert  $\lambda$  für den Lastwinkel beträgt

$$\lambda = 0,5 - 0,5 * \cos \alpha * (1 - \alpha^\circ / 90^\circ) - \sin \alpha / \pi$$

bei 60°:  $\lambda = 0,1410$

bei 90°:  $\lambda = 0,1817$

### 5.1.3 Beiwert für Breiten

Der Beiwert für die Breiten beträgt

$$\kappa_\varphi = 0,5 * \rho / \eta_\varphi * \ln[(1 + \eta_\varphi / \rho) / (1 - \eta_\varphi / \rho)] - 1 \quad [--]$$

### 5.1.4 Allgemeingültige Formel

Die allgemeingültige Formel für alle Querschnitte lautet:

$$\sigma_\varphi = F / A_\varphi * [0,5 * \cos \varphi - (\lambda - f_\varphi + 0,5 * \cos \varphi) * \{1 + x * \eta_\varphi / (\rho + x * \eta_\varphi)\} * 1 / \kappa_\varphi] \quad [\text{N/mm}^2]$$

Sollten nur die Spannungen in der Wange oder dem Kopf berechnet werden, so ist  $\eta_w$  für die Wange und  $\eta_k$  für den Kopf zu berechnen.

Die Formeln für die Spannungen hierfür lauten für die

Wangeninnenseite:

$$\sigma_{wi} = F / A_w * [0,5 - \lambda * \{1 - \eta_w / (\rho - \eta_w)\} * 1 / \kappa_w] \quad [\text{N/mm}^2]$$

Wangenaußenseite:

$$\sigma_{wa} = F / A_w * [0,5 - \lambda * \{1 + \eta_w / (\rho + \eta_w)\} * 1 / \kappa_w] \quad [\text{N/mm}^2]$$

Kopfinnenseite:

$$\sigma_{ki} = F / A_k * (0,3706 - \lambda) * [1 - \eta_k / (\rho - \eta_k)] * 1 / \kappa_k \quad [\text{N/mm}^2]$$

Kopfaußenseite:

$$\sigma_{ka} = F / A_k * (0,3706 - \lambda) * [1 + \eta_k / (\rho + \eta_k)] * 1 / \kappa_k \quad [\text{N/mm}^2]$$

### 5.1.5 Augenberechnung nach Poozza und Kuntsch

Für die Berechnung des Augenstabes wurde ein Programm erstellt. Der nachstehende Ausdruck bezieht sich auf einen Stangenkopf, bei dem die auftretenden Spannungen in der Wange gemessen wurde. Die errechneten Spannungen liegen konservativ geringfügig höher, als die gemessenen Spannungen.

Prog AUG 1.93

Dr. Pittner

69514 Laudenbach

Innenradius: 14.250

Außenradius: 23.000

Exzentrizität: 2.500

Dicke : 4.500

Kraft: 500.000

#### 5.1.5.1 Spannungen bei Passungsspiel $s < 3\%$

Beim Passungsspiel  $s < 3\%$  beträgt der Lastwinkel 60°. Lastwinkel:  $\alpha^\circ = 60,000^\circ$ , damit ist  $\lambda = 0,1410$

Radius	14,25	16,44	18,63	20,81	23,00
von Wange 00,00°	33,45	17,08	4,56	-5,33	-13,34
15,00°	31,57	15,90	4,09	-5,13	-12,54
30,00°	24,13	12,39	3,66	-3,07	-8,43
45,00°	12,89	7,33	3,27	0,17	-2,28
60,00°	-0,53	1,47	2,91	4,00	4,85
75,00°	-14,66	-4,57	2,58	7,91	12,04
bis Kopf 90,00°	-28,22	-10,26	2,27	11,51	18,61

Maße in cm, Kraft in kN, Spannungen in kN/cm<sup>2</sup>

Die von Poozca in [2] aufgezeichneten, gemessenen Spannungen betragen für das vorstehend gerechnete Auge im Wangenbereich wie folgt:

Wange 00,00°	26,66	13,96	5,08	-3,80	-11,42
--------------	-------	-------	------	-------	--------

Ein Vergleich der errechneten und gemessenen Spannungen zeigt, daß die vorstehenden berechneten gegenüber den gemessenen Werten konservativ, also auf der sicheren Seite sind.

### 5.1.5.2 Spannungen bei Passungsspiel > 3 %

Beim Passungsspiel  $s > 3 \%$  beträgt der Lastwinkel  $90^\circ$

Lastwinkel  $\alpha^\circ = 90,000^\circ$ , damit ist  $\lambda = 0,1817$

Radius	14,25	16,44	18,63	20,81	23,00
von Wange 00,00°	41,27	20,18	4,04	-8,70	-19,02
15,00°	38,76	18,71	3,60	-8,21	-17,68
30,00°	30,77	14,95	3,19	-5,88	-13,10
45,00°	19,04	9,67	2,82	-2,41	-6,54
60,00°	5,19	3,61	2,48	1,62	0,95
75,00°	-9,32	-2,60	2,16	5,71	8,46
bis Kopf 90,00°	-23,22	-8,45	1,87	9,47	15,31

Maße in cm, Kraft in kN, Spannungen in kN/cm<sup>2</sup>

### 5.1.6 Vereinfachte Berechnung der Wangeninnenseite

Die maximal auftretende Spannung liegt bei einer Kopfüberhöhung von ca. 20 % stets an der Wangeninnenseite. Diese kann vereinfacht unter Beachtung des Passungsspiels wie folgt berechnet werden:

Die Wangeninnenspannung beträgt damit:

$$\sigma_{wi} = W_i * F / [(r_a - r_i) * t] \quad [\text{N/mm}^2]$$

Siehe Tabelle 5.1 auf der nächsten Seite.

Die maximal zulässige Spannung beträgt für die Wangeninnenspannung

für Berechnungen nach UVV:

$\sigma_{zul} = \text{Lastfall HZ, DIN 15018}$

für Berechnungen nach KTA:

$\sigma_{zul} = \text{Lastfall HS, DIN 15018}$

Radienverhältnis: $\delta = (r_a - r_i) / (r_a + r_i)$		
Passungsspiel	$s \leq 3,0 \%$	$s > 3,0 \%$
Lastwinkel $\alpha^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$\lambda$	0,1410	0,1817
$\delta$	$W_i$	$W_i$
0,200	2,932	3,6430
0,225	2,710	3,2644
0,250	2,530	3,1157
0,275	2,383	2,8916
0,300	2,263	2,7823
0,325	2,163	2,6439
0,350	2,081	2,5329
0,375	2,009	2,4462
0,400	1,949	2,3678
0,425	1,897	2,3069
0,450	1,855	2,2500
0,475	1,818	2,1973
0,500	1,789	2,1609
0,525	1,765	2,1285
0,550	1,745	2,1062
0,575	1,731	2,1062
0,600	1,721	2,0872

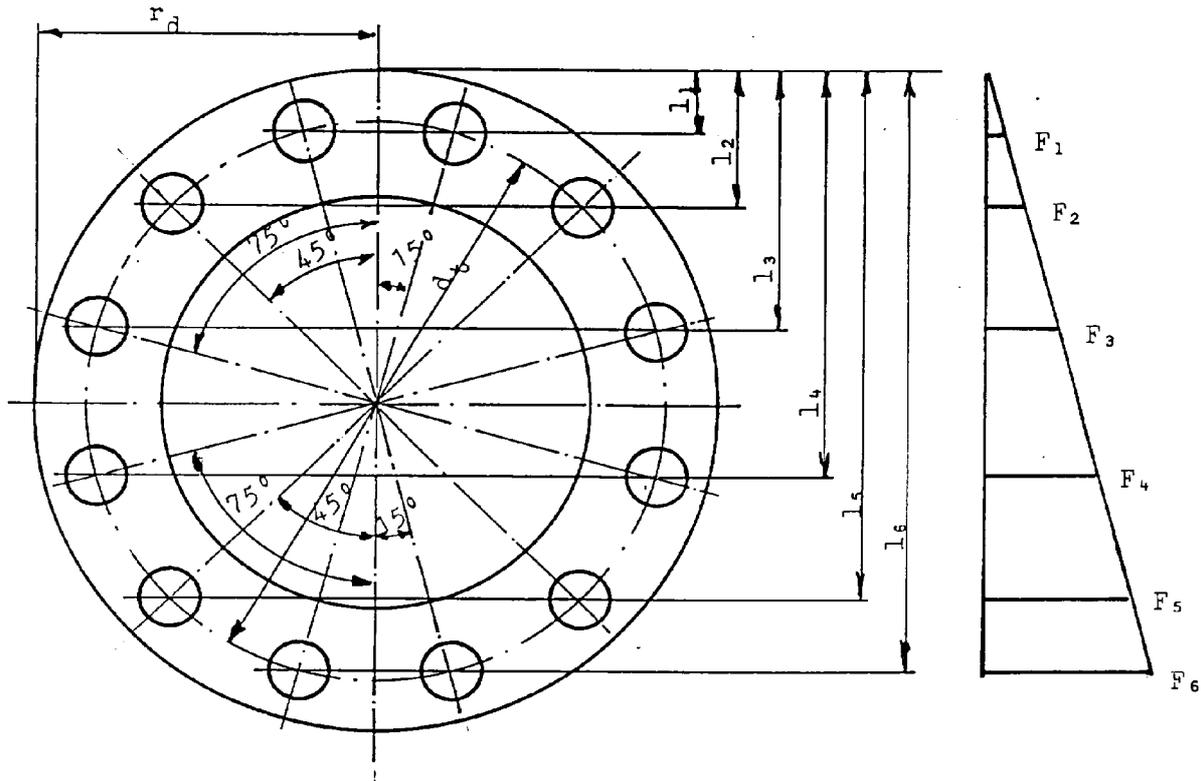
**Tabelle 5.1.** Berechnung der Wangeninnenspannung  
Zwischenwerte sind zu interpolieren

## 6 Berechnung der Schraubenkräfte an Flanschverbindungen

Bei der Ermittlung der max. Schraubenkraft wird davon ausgegangen, daß alle Schrauben im Verhältnis ihres Abstandes vom Drehpunkt eine Teilkraft aufnehmen. Damit ergibt sich, daß sich die Kräfte verhalten, wie die Abstände zum Drehpunkt, wie in Bild 6.1 dargestellt. Die geometrischen Beziehungen sind nachstehend aufgeführt.

Zur genaueren Berechnung, wobei die elastische Verformung an der Drehpunktseite berücksichtigt wird, wird auf [15] verwiesen. Hier wurde sowohl der Einfluß bei genügend großer Vorspannung als auch bei nicht genügend großer Vorspannung behandelt.

### 6.1 Ermittlung der Kraft über die Momente



**Bild 6.1:** Kräfteverteilung am Flansch

$$r_d = \text{Radius bis zum Drehpunkt} \quad [\text{mm}]$$

$$r_t = d/2 = \text{halber Teilkreisdurchmesser} \quad [\text{mm}]$$

Die Abstände zum Drehpunkt ergeben sich zu

$$l_i = r_d \pm r_t \cdot \cos \alpha \quad [\text{mm}]$$

Es ist hier darauf zu achten daß zwischen dem Drehpunkt und der Flanschkante das Minuszeichen und zwischen der Flanschkante und der unteren Flanschkante das Pluszeichen einzusetzen ist.

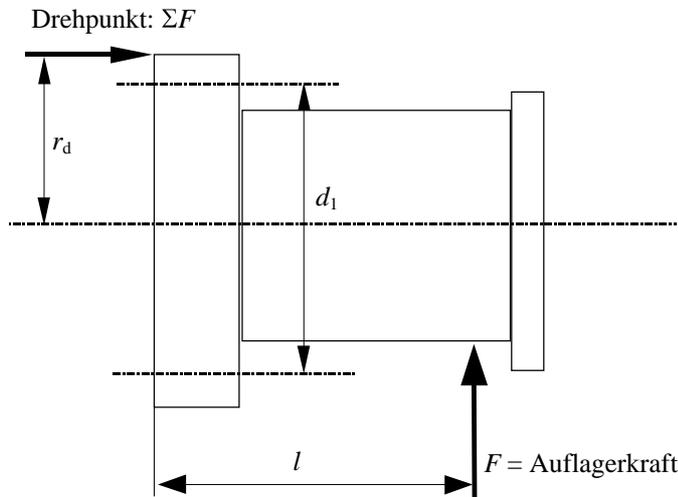
Die sich daraus ergebende weitere Berechnung ist aus dem Berechnungsbeispiel ersichtlich.

Aus der Summe aller Kräfte  $\sum F$  kann gegebenenfalls iterativ die genaue Lage des Drehpunktes ermittelt werden.

## 6.2 Berechnungsbeispiel

### 6.2.1 Technische Daten

Radius bis zum Drehpunkt	$r_d = 218 \text{ mm}$	
Teilkreisradius	$d/2$	$r_t = 185 \quad [\text{mm}]$
Lastmoment	$M_L = F \cdot l$	$M_L = 256.394,16 \quad [\text{kNmm}]$



**Bild 6.2:** Kraft und Hebelarm am Flanschzapfen

### 6.2.2 Berechnung

Die Abstände betragen

$$\begin{aligned}
 l_1 &= 218 - 185 \cdot \cos 15^\circ = 39,304 \text{ mm} \\
 l_2 &= 218 - 185 \cdot \cos 45^\circ = 87,185 \text{ mm} \\
 l_3 &= 218 - 185 \cdot \cos 75^\circ = 170,118 \text{ mm} \\
 l_4 &= 218 + 185 \cdot \cos 75^\circ = 265,882 \text{ mm} \\
 l_5 &= 218 + 185 \cdot \cos 45^\circ = 348,815 \text{ mm} \\
 l_6 &= 218 + 185 \cdot \cos 15^\circ = 396,696 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

Gemäß des Strahlensatzes betragen die Kräfte damit

$$F_1 = F_2 \cdot 39,304 / 87,185 = F_3 \cdot 39,304 / 170,118 = F_4 \cdot 39,304 / 265,882 = F_5 \cdot 39,304 / 348,815 = F_6 \cdot 39,304 / 396,696$$

und die Einzelkräfte

$$F_2 = 2,218 \cdot F_1; F_3 = 4,325 \cdot F_1; F_4 = 6,765 \cdot F_1; F_5 = 8,875 \cdot F_1; F_6 = 10,093 \cdot F_1.$$

Damit beträgt das aufzunehmende Moment

$$M_B = F_1 \cdot (39,304 + 2,218 \cdot 87,185 + 4,325 \cdot 170,118 + 6,765 \cdot 265,882 + 8,875 \cdot 348,815 + 10,093 \cdot 396,696)$$

$$\underline{M_B = F_1 \cdot 9866,718 \text{ kNmm.}}$$

Für die beiden oberen Schrauben beträgt die Kraft

$$F_1 = M_L / 9866,718 = 256394,160 / 9866,718 = \underline{25,986 \text{ kN}}$$

Damit betragen die Kräfte im Einzelnen je Schraube

$$\begin{aligned}
 F_1 &= 25,986 / 2 = 12,993 \text{ kN} \\
 F_2 &= 12,993 \cdot 2,218 = 28,818 \text{ kN} \\
 F_3 &= 12,993 \cdot 4,325 = 56,194 \text{ kN} \\
 F_4 &= 12,993 \cdot 6,765 = 87,897 \text{ kN} \\
 F_5 &= 12,993 \cdot 8,875 = 115,312 \text{ kN} \\
 F_6 &= 12,993 \cdot 10,093 = 131,137 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Für die Auslegung ist die Kraft  $F_6 = \underline{131,137 \text{ kN}}$  maßgebend.

Die Auflagerkraft am Drehpunkt beträgt  $\Sigma F = (F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 + F_6) \cdot 2$

### 6.2.3 Kontrollrechnung

Die einzelnen Momente und die Summe daraus betragen

$$\begin{aligned}
 M_1 &= 2 \cdot 12,993 \cdot 39,304 = 1021,354 \text{ kNmm} \\
 M_2 &= 2 \cdot 28,828 \cdot 87,185 = 5024,995 \text{ kNmm} \\
 M_3 &= 2 \cdot 56,194 \cdot 170,118 = 19119,222 \text{ kNmm} \\
 M_4 &= 2 \cdot 87,897 \cdot 265,882 = 46740,460 \text{ kNmm} \\
 M_5 &= 2 \cdot 115,312 \cdot 348,815 = 80445,111 \text{ kNmm} \\
 M_6 &= 2 \cdot 131,137 \cdot 396,696 = \underline{104043,047 \text{ kNmm}} \\
 \Sigma M &= \underline{256394,188 \text{ kNmm}}
 \end{aligned}$$

Das aufzunehmende Moment beträgt  $M_L = \underline{256394,166 \text{ kNmm}}$ , also stimmen die Momente überein.

Für die Berechnung der Mindesteinschraubtiefe bei Gewindefacklöchern ist die maximale Kraft maßgebend.

## 7 Schraubenberechnungen

### 7.1 Allgemeines

Prof. C. Bach hat gemäß [7] die Beanspruchung der Gewindgänge so berechnet, indem er einmal die Biegung und zum zweiten die Schubbeanspruchung der Gewindgänge einzeln betrachtete. Er ging von der Annahme aus, daß die Gewindgänge in Grunde der Mutter abgebrochen werden können. Das daraus sich ergebende größere Maß war dann bestimmend.

In den 50er Jahren wurde statt des Abbrechens ein Abscheren angenommen, wobei jedoch die Höhe des Gewindganges mit  $7/8 \cdot P$  in Ansatz gebracht wurde. Der Versagensdurchmesser wurde mit dem Kerndurchmesser eingesetzt, so daß für die Abscherfläche auch die Anzahl der tragenden Gewindgänge zu berücksichtigen waren.

Bei einer neueren Berechnung, die von Alexander [8] 1977 verfeinert wurde, wurde anscheinend die Theorie von Bach übernommen und erweitert. Denn hier wird davon ausgegangen, daß das Gewinde entweder im Grunde der Mutter oder des Bolzens abgestreift wird. Die in [14] im Abschnitt 5.2.2 angegebene Berechnung führt wegen der nichtstimmigen Annahme des Abstreifens zu unterschiedlichen Mindesteinschraubtiefen. So wurde, wie in [10] aufgeführt, bei einer Werkstoffpaarung von 1.4313 für den Bolzen und GGG 40 für die Mutter die Einschraubtiefen

$$m_B = 0,980 \cdot d \text{ für den Bolzen und}$$

$$m_M = 2,326 \cdot d \text{ für die Mutter}$$

ermittelt. Bei Versuchen mit diesen Werkstoffen wurde aber eindeutig festgestellt, daß das Gewinde bei einer Einschraubtiefe von  $m = 1,233 \cdot d$  abgestreift wurde und bei  $m = 1,4 \cdot d$  der Bolzen versagte.

In einem anderen Fall wurden bei der Werkstoffpaarung 8.8 und St 37 Einschraubtiefen von

$$m_B = 1,848 \cdot d \text{ für den Bolzen und}$$

$$m_M = 2,749 \cdot d \text{ für die Mutter}$$

errechnet. Im letzteren Fall war die Zugspannung so groß, daß 90 % der Streckgrenze erreicht wurden.

Parallel zu den Berechnungsansätzen im Westen wurde in der ehemaligen DDR eine Berechnungsnorm für Schrauben erarbeitet. In dieser TGL 38512, Stahlschraubenverbindungen, vom August 1981, ist sowohl das Verspannungsschaubild, wie in der VDI 2230, enthalten, als auch eine Tabelle für die zulässigen Flächenpressungen unter dem Schraubenkopf. Ferner ist eine Formel für die Berechnung des Sackloches aufgeführt, bei der nur ein Wert ermittelt wird, statt, wie bei der Alexanderformel, wie oben angeführt, zwei Werte.

Bei der nachstehenden Ausführungen werden Schraubenverbindungen betrachtet, die auf Zug, bzw. Schub über Reibschluß belastet sind. Auf Paßschrauben und der Lochleibung wird hier nicht eingegangen. Dieses ist in den DIN 15018 und DIN 18800 geregelt.

Abweichend von den Normalfällen 'Schraube und Mutter', werden Schraubenverbindungen mit Sacklöchern bzw. Durchgangslöchern hergestellt, wo der Mutterwerkstoff eine wesentlich geringere Streckgrenze als der Bolzenwerkstoff besitzt. Auch umgekehrt kann das der Fall sein.

Da die Kraft im Bolzengewinde gleich der Kraft im Muttergewinde ist, ergeben sich für die beanspruchten Scherflächen die Gleichung

$$A_{\tau,B} \cdot \tau_B = F = A_{\tau,M} \cdot \tau_M. \quad [\text{mm}^2]$$

Aus dieser Gleichung erkennt man, daß bei unterschiedlichen Scherspannungen  $\tau_B$  und  $\tau_M$  der Scherquerschnitt  $A_{\tau,B,M}$  desto größer sein muß, desto kleiner der Wert  $\tau_{B,M}$  ist.

In der Berechnung nach [10] wird davon ausgegangen, daß bei absolut gleichen Werkstoffwerten der Abstreifdurchmesser gleich dem Flankendurchmesser ist. Bei unterschiedlichen Werkstoffwerten verschiebt sich der Abstreifdurchmesser im umgekehrten Verhältnis der Werkstoffkennwerte, also bei „schlechterer“ Mutter nach außen, bzw. bei „besserer“ Mutter nach innen.

Bei einer belasteten Schraubverbindung sind die tragenden Gewindgänge auf Biegung und auf Schub beansprucht. Die in der Berechnung eingesetzte Scherspannung ist eine Ersatzspannung für die auftretenden Biege- und Schubspannungen mit

$$\tau_{m,pB,M} = \beta_{B,M} \cdot R_{m,p,B,M}. \quad [\text{N/mm}^2]$$

wobei  $\beta_{B,M}$  ein Scherspannungsfaktor und für die verschiedenen Werkstoffe unterschiedlich ist, wie in den Tabellen der Anlage A ersichtlich. Diese Werte wurden in weit mehr als 100 Versuchen ermittelt. Siehe hierzu auch [10, 11, 12].

Für die Schraubenverbindungen sind zwei Kriterien zu beachten.

1. Um festzustellen, ob bei einer Schraubenverbindung bei einer Überlastung das Gewinde abgestreift wird oder ob der Bolzen bricht, sind für die Materialkennwerte der Zugfestigkeiten zu berücksichtigen. Die ermittelte Mindesteinschraubtiefe ist dann um ca. 5 % zu vergrößern. Damit ist sichergestellt, daß bei einer Überbelastung der Bolzen versagen wird.

2. Bei den allgemeinen Nachweisen, wo eine Sicherheit gegen die Streckgrenze gefordert wird, sind für die Spannungsnachweise und Ermittlung der erforderlichen Einschraubtiefe die Kennwerte der Streckgrenzen zu berücksichtigen.

Die Berechnungsschritte sind in beiden Fällen gleich.



**Bild 7.1:** Abgestreiftes Gewinde und gebrochener Bolzen

Die abgebildeten Versuche wurden mit Schraubenbolzen M 20 x 110 in 8.8 und Muttern aus PAN-Bronze 220 durchgeführt. Dabei wurden nachstehende Werte ermittelt:

Links: Einschraubtiefe  $m = 15$  mm, Zugkraft  $F = 224,2$  kN Abstreifdurchmesser  $d_{\tau} = 18,70$  mm

Rechts: Einschraubtiefe  $m = 17$  mm, Zugkraft  $F = 224,2$  kN mit Bolzenbruch

In Bild 7.1 ist links bei dem abgestreiften Gewinde deutlich zu sehen, daß im eingeschraubten Bereich sowohl der Bolzen als auch die Mutter abgestreift wurden. In diesem Fall stimmten der errechnete und der gemessene Abstreifdurchmesser überein. Im allgemeinen wurde jedoch festgestellt, daß hier geringfügige Abweichungen vorhanden sind, wie aus den Versuchsprotokollen in [10, 11 und 12] ersichtlich.

## 7.2 Ermittlung der Schraubenabmessung

Bei den Schraubenverbindungen ist es nicht immer erforderlich, daß für die Ermittlung der Schraubenabmessung und der erforderlichen Vorspannkraft eine mittels des Verspannungsschaubildes umständliche Berechnung gemacht wird. In den meisten Fällen genügt eine vereinfachte Berechnung, wie nachstehend aufgeführt.

Nachdem die erforderliche Axialkraft  $F_A$  bzw. Querkraft  $F_Q$  ermittelt wurde, wird die Vorspannkraft errechnet. Die Faktoren hierfür betragen, wie aus [16] entnommen werden kann und sich aus der Erfahrung ergibt, in Achsrichtung

$$f_{v1} \approx 1,6 \text{ für rein statische Belastung}$$

$$f_{v2} \approx 2,0 \text{ für dynamische schwellende Belastung}$$

$$f_{v3} \approx 2,5 \text{ für dynamische Dauerschwingbeanspruchung}$$

$$f_{v4} \approx 8,0 \text{ bei statischer und dynamischer Belastung senkrecht zur Achsrichtung}$$

Damit sind dann

$$F_{v1-3} = f_{v1-3} \cdot F_A \quad [\text{N/mm}^2]$$

$$F_{v4} = f_{v4} \cdot F_Q \quad [\text{N/mm}^2]$$

Der größere Wert wird für die weitere Berechnung genommen.

### 7.2.1 Statische Belastung

Bei einer rein statischen Belastung, bei der zu der Vorspannkraft  $F_v$  keine zusätzlichen Kräfte hinzukommen errechnet sich die Vorspannkraft zu

$$F_{v1} = f_{v1} \cdot F_{B..} \quad [\text{N}]$$

Da bei dieser Kraft nur eine Spannung von ca. 70% der Streckgrenze vorhanden sein soll, ergibt sich somit als maximale Kraft

$$F_{\max} = F_{v1} / 0,7. \quad [\text{N}]$$

Mit diesem Wert und der Streckgrenze des Bolzenwerkstoffes errechnet sich der erforderliche Spannungsquerschnitt

$$A_{s,\text{erf}} = F_{\max} / R_{p,B}. \quad [\text{mm}^2]$$

Wenn jedoch eine geforderte Sicherheit zur Streckgrenze zu berücksichtigen ist, ist mit der zulässigen Zugspannung

$$\sigma_{B,zul} = R_{pB}/\nu \quad [N/mm^2]$$

zu rechnen, so daß der erforderliche Spannungsquerschnitt sich aus

$$A_{s,erf} = F_{max}/\sigma_{B,zul} \quad [mm^2]$$

ergibt.

Nach der Tabelle 2.1 der Anlage A kann damit das Gewinde bestimmt werden, wobei

$$A_s \geq A_{s,erf}$$

sein muß.

### 7.2.2 Dynamische Belastung

Bei einer dynamischen Belastung errechnet sich die Vorspannkraft zu

$$F_{v,d} = f_{v2,3} * F_A \quad [N]$$

Die Maximalkraft ergibt sich vereinfacht konservativ zu

$$F_{d,max} = F_{v,d} + F_A \quad [N]$$

Die tatsächlich auftretende Kraft wird zwischen den Kräften  $F_{v,d}$  und  $F_{d,max}$  liegen, so daß hier noch eine gewollte zusätzliche Sicherheit vorhanden ist. Die Spannung bei der Maximalkraft  $F_{d,max}$  sollte den Wert von ca. 90 % der Streckgrenze nicht überschreiten.

Als Vergleichswert wird, wie bei der statischen Belastung, auch der Wert

$$F_{d,max} = F_{v,d}/0,7 \quad [N]$$

errechnet. Der größere der beiden Werte ist für die weitere Berechnung maßgebend.

Mit dem größeren Wert errechnet sich der Spannungsquerschnitt, auch unter Berücksichtigung einer geforderten Sicherheit, wie vorstehend ausgeführt

$$A_{s,erf} = F_{d,max}/\sigma_{B,zul} \quad [mm^2]$$

so daß auch hiermit das Gewinde nach Tabelle 2.1 der Anlage A ermittelt werden kann.

### 7.2.3 Belastung senkrecht zur Achsrichtung

Bei einer Belastung aus Querschub muß die Anpresskraft der Schraube so groß sein, daß der Querschub mittels Reibung übertragen werden kann. Damit ergibt sich die Klemmkraft zu

$$F_{Kl} = F_Q/\mu \quad [N]$$

.Aus der Querkraft errechnet sich die Vorspannkraft mit  $f_{v4} = 8$  zu

$$F_{v,Q} = f_{v4} * F_Q = 8 * F_Q \quad [N]$$

Als weitere Vorspannkraft wird die aus der statischen Klemmkraft mit  $f_{v1} = 1,6$  sich ergebende Kraft

$$F_{v,Kl} = f_{v1} * F_{Kl} = 1,6 * F_{Kl} \quad [N]$$

errechnet. Die größere der beiden Vorspannkraften ist dann für die weitere Berechnung maßgebend.

Da auch hier die max. Spannung bei ca. 70% der Streckgrenze liegen soll, beträgt somit die für Bolzenbestimmung maßgebende Kraft beispielsweise

$$F_{max} = F_{v,Kl}/0,7.$$

Unter Berücksichtigung der zulässigen Zugspannung des Bolzens ergibt sich damit als Mindestspannungsquerschnitt

$$A_{s,erf} = F_{max}/\sigma_{B,zul}.$$

Mit der Tabelle 2.1 im Anhang A kann dann der Bolzen ermittelt werden.

### 7.3 Schraubendaten

Im Anhang A sind die zulässigen „Kräfte an der Mindeststreckgrenze“ für die ferritischen Schraubenbolzen in der Tabelle 4.1 und für die austenitischen Schraubenbolzen in der Tabelle 5.1 aufgelistet.

Die „Anzugs-Drehmomente bei der Vorspannung  $F_v$ “ mit ca. 70 % der Kräfte an der Streckgrenze und den Reibungszahlen  $\mu_{ges} = 0,1, 0,125$  und  $0,14$  sind in den Tabellen 4.2, 4.3 und 4.4, bzw. 5.2, 5.3 und 5.4 aufgeführt.

Das Anzugsmoment  $M_A$  beträgt mit  $F_v$  beträgt bei der Vorspannkraft  $F_v$

$$M_A = F_v [0,16 * P + \mu_{ges} * (0,58 * d_2 + D_m/2)]/1000 \quad [Nm]$$

wobei für die Reibung am Kopf das Maß  $D_m = (D + D_A)/2$  in mm einzusetzen ist.

Für die Umrechnung auf eine andere Festigkeitsklasse, z. B. von 8.8 auf 5.6 werden die Streckgrenzen berücksichtigt. Damit lautet die Formel

$$M_{A/5,6} = M_{A/8,8} * R_{p0,2/5,6}/R_{p0,2/8,8}, \quad [Nm]$$

Die Umrechnung auf eine andere Vorspannkraft bei der gleicher Festigkeitsklasse wird mittels der Formel

$$M_{A,neu} = M_A * F_{v,neu} / F_v \quad [Nm]$$

durchgeführt.

**Anmerkung:**

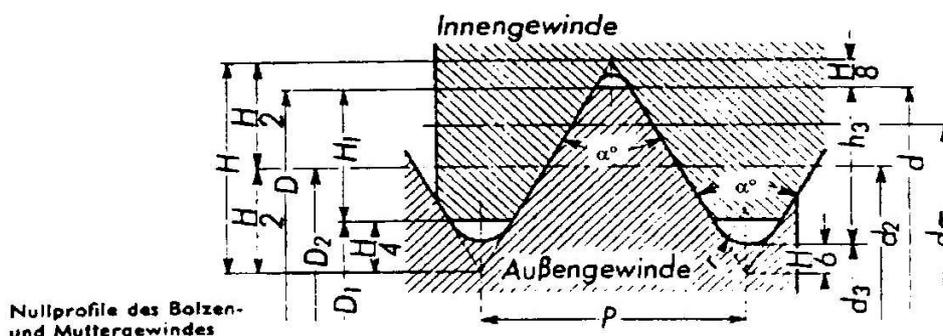
Als vorgespannte Schrauben sollten nur solche ab der Festigkeitsklasse 8.8 verwendet werden. Der in der VDI 2330 erwähnten Nachweise der elastischen Verformungen der geklemmten Bauteile ist in den meisten Fällen im Maschinenbau nicht erforderlich, jedoch im Apparatebau bei Flanschberechnungen anzuwenden.

**7.4 Berechnung der Einschraubtiefe und der Scherspannungen**

**7.4.1 Formelzeichen**

Es werden folgende Formelzeichen verwendet:

$F_B$	[N]	Äußere oder gesamte Schraubenzugkraft
$F_V$	[N]	Schraubenvorspannkraft
$F_{Br} = R_{mB} * A_s$	[N]	Schraubenbruchkraft
$M_A$	[Nm]	Schraubenanzugsmoment
$\alpha_{B,M}$	[--]	Werkstoff-Faktor für Schraube oder Mutter
$\beta_{B,M}$	[--]	Umrechnungsfaktor für Scherspannung
$\alpha^\circ$	[°]	Flankenwinkel
$R_{mB,M}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	Zugfestigkeit des Bolzen- oder Mutterwerkstoffes
$R_{pB,M}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	Streckgrenze des Bolzen- oder Mutterwerkstoffes
$\tau_{mB,M} = \beta_{B,M} * R_{mB,M}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	Grenz-Scherspannung des Bolzens bzw. der Mutter
$\tau_{pB,M} = \beta_{B,M} * R_{pB,M}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	Streckgrenzen-Scherspannung des Bolzens bzw. der Mutter
$\tau_{B,M,vor}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	vorhandene Scherspannung des Bolzens bzw. der Mutter
$d$	[mm]	Gewindedurchmesser
$d_2$	[mm]	Flankendurchmesser des Gewindes
$d_\tau$	[mm]	Durchmesser des Abscherzylinders
$m$	[mm]	tragende Gewindelänge
$A_s$	[mm <sup>2</sup> ]	Spannungsquerschnitt des Bolzens
$A_\tau$	[mm <sup>2</sup> ]	Gesamtfläche des Abscherzylinders
$A_{\tau B,M}$	[mm <sup>2</sup> ]	Scherfläche des Bolzen- bzw. Muttergewindes
$D_I$	[mm]	Kerndurchmesser des Innengewindes
$P$	[mm]	Gewindesteigung
$H$	[mm]	Höhe des Gewindedreiecks



**Bild 7.2:** Nullprofil des Bolzen- und Muttergewindes

Für die Berechnung der Einschraubtiefe und der Scherspannung wird die Höhe des Gewindedreiecks gemäß DIN 2244 benötigt. Die Höhe des Gewindedreiecks errechnet sich zu

$$H = 0,5 * P * ctg(\alpha^\circ / 2) \quad [mm]$$

**7.4.2 Scherspannungsfaktoren**

Für die Ermittlung der zulässigen Scherspannungen sind je nach Werkstoff unterschiedliche Scherspannungsfaktoren  $\beta$  zu berücksichtigen. Aus den bisherigen Versuchen haben sich die Werte ergeben, wie sie in der Anlage A, soweit bekannt, in den Tabellen 3.1 und 3.2 für die Bolzenwerkstoffe und in den Tabellen 4.1 bis 4.15 für Mutterwerkstoffe aufgeführt sind. Da bei den Versuchen Schraubenbolzen aus der Serienfertigung mit der Toleranz 6g, die Müttern mit der Toleranz 6H hergestellt wurden, die Bolzen, mit Ausnahme der gerollten Schraubenbolzen aus austenitischen Werkstoffen, im Gewindeteil brachen, sind die Einflüsse aus den Werkstoffen, den Toleranzen 6H/6g und den Kerbeinflüssen (Kerbzahl  $\alpha_k$  und Stützfaktor  $\upsilon$ ), sowie die Biege- und Schubbeanspruchungen in dem Scherspannungsfaktor  $\beta$  enthalten.

### 7.4.3 Ermittlung der Einschraubtiefen

#### 7.4.3.1 Mindesteinschraubtiefe für Bolzenbruch

Hierfür sind die Zugfestigkeiten der Werkstoffe einzusetzen. Unter der Annahme, daß die Scherspannungsfaktoren **nicht** gleich sind, ergibt sich folgender Berechnungsgang:

Unter Berücksichtigung der zul. Scherspannungen ist zuerst der Abstreifdurchmesser zu ermitteln. Die zulässige Scherspannungen errechnen sich für den Bolzen und die Mutter

$$\tau_{mB} = \beta_B \cdot R_{mB} \qquad \tau_{mM} = \beta_M \cdot R_{mM} \qquad [\text{N/mm}^2]$$

Aus dem umgekehrten Verhältnis der zul. Scherspannungen ergeben sich die Werkstoff-Faktoren für den Bolzen und die Mutter zu

$$\alpha_B = \tau_{mM} / (\tau_{mM} + \tau_{mB}) \qquad \alpha_M = 1 - \alpha_B.$$

In der Mitte des theoretischen Gewindes (Gewindedreieck) liegt der Flankendurchmesser zwischen den Gewindespitzen. Das Maß vom Flankendurchmesser bis zur Gewindespitze beträgt  $H/2$ . Bei unterschiedlichen Werkstoffkennwerten, wie Streckgrenze, bzw. Zugfestigkeit verschiebt sich der halbe Durchmesser um den Wert

$$\Delta d/2 = H/2 - H_B/2 \qquad [\text{mm}]$$

wobei  $H_B = \alpha_B \cdot P / \tan(\alpha^\circ/2)$  ist.

Unter Einbeziehung des Flankendurchmesser  $d_2$ , dem Wert  $0,5 = \tan(\alpha^\circ/2) \cdot H/P$  und dem Faktor  $\alpha_B$  beträgt der Abstreifdurchmesser  $d_\tau$

$$d_\tau = d_2 + (0,5 - \alpha_B) \cdot P / \tan(\alpha^\circ/2) \qquad [\text{mm}]$$

$$\text{Wenn } d_\tau < D_1 \qquad d_\tau = D_1$$

$$\text{Wenn } d_\tau > d \qquad d_\tau = d$$

Da hier die Steigung eingeht, ergeben sich für das Regel- und das Feingewinde unterschiedliche Einschraubtiefen.

Die Bruchkraft des Bolzens beträgt

$$F_{Br} = R_{mB} \cdot A_s \qquad [\text{N}]$$

Mit dieser Kraft errechnet sich die erforderliche Scherfläche des Abscherzylinders zu

$$A_\tau = F_{Br} \cdot (1/\tau_{mM} + 1/\tau_{mB}) \qquad [\text{mm}^2]$$

Unter Berücksichtigung des Abstreifdurchmessers beträgt dann die Mindesteinschraubtiefe

$$m_{\min} = A_\tau / (d_\tau \cdot \pi) \qquad [\text{mm}]$$

Bei dieser Einschraubtiefe herrscht "Gleichgewicht" zwischen den tragenden Gewindegängen und dem Spannungsquerschnitt des Bolzens. Um ein Abstreifen sicher zu verhindern muß die Mindesteinschraubtiefe etwas erhöht werden. Es wird eine Erhöhung von ca. 5 % empfohlen.

#### 7.4.3.2 Erforderliche Einschraubtiefe bei Betriebslast

Bei der geforderten Sicherheiten zur Streckgrenze liegen die Spannungen im elastischen Bereich. Zur Einhaltung dieser Sicherheit muß deswegen die erforderliche Einschraubtiefe mit der Zugkraft an der Streckgrenze und den Mindestwerten der Streckgrenzen errechnet werden.

Es betragen die Zugkraft an der Streckgrenze

$$F_p = A_s \cdot R_p \qquad [\text{N}]$$

und die Scherspannungen des Bolzens und der Mutter

$$\tau_{pB} = \beta_B \cdot R_{pB} \qquad \tau_{pM} = \beta_M \cdot R_{pM} \qquad [\text{N/mm}^2]$$

Mit diesen Werten errechnen sich die Werkstoff-Faktoren für den Bolzen und die Mutter zu

$$\alpha_B = \tau_{pM} / (\tau_{pM} + \tau_{pB}) \qquad \alpha_M = 1 - \alpha_B$$

und der Abstreifdurchmesser

$$d_\tau = d_2 + (0,5 - \alpha_B) \cdot P / \tan(\alpha^\circ/2) \qquad [\text{mm}]$$

Die Scherfläche des Abscherzylinders ist dann

$$A_\tau = F_p \cdot (1/\tau_{pM} + 1/\tau_{pB}) \qquad [\text{mm}^2]$$

Mit dem Abstreifdurchmesser  $d_\tau$  errechnet sich die erforderliche Einschraubtiefe zu

$$m = A_\tau / (d_\tau \cdot \pi) \qquad [\text{mm}]$$

#### 7.4.3.3 Berechnung der Scherspannungen im Gewinde

Um bei einer bestehenden Schraubenverbindung die vorhandenen Scherspannungen bei der Betriebskraft der Schraube zu ermitteln, ist zuerst mit den Werkstoffkennwerten der Abstreifdurchmesser

$$d_\tau = d_2 + (0,5 - \alpha_B) \cdot P / \tan(\alpha^\circ/2) \qquad [\text{mm}]$$

zu ermitteln.

Damit errechnet sich die Scherfläche des Abscherzylinders zu

$$A_\tau = d_\tau \cdot \pi \cdot m \qquad [\text{mm}^2]$$

Dieser Wert teilt sich nun im Verhältnis der Werkstoff-Faktoren in den Anteil des Bolzens und der Mutter mit

$$A_{\tau B} = A_{\tau} \cdot \alpha_B \qquad A_{\tau M} = A_{\tau} \cdot \alpha_M \qquad [\text{mm}^2]$$

Damit lassen sich die Einzelscherspannungen für das Bolzen- und Muttergewinde errechnen.

$$\tau_{B,\text{vor}} = F/A_{\tau B} \qquad \tau_{M,\text{vor}} = F/A_{\tau M} \qquad [\text{N/mm}^2]$$

Die Sicherheiten ergeben sich damit für die Schraube und Mutter zu

$$v_B = \tau_{pB}/\tau_{B,\text{vor}} \qquad v_M = \tau_{mM}/\tau_{M,\text{vor}}$$

Es muß  $v_B = v_M$  sein.

#### 7.4.3.4 Ermittlung des Scherspannungsfaktors $\beta_{B,M}$

Es ist für die Berechnung des Faktors zwingend erforderlich, Versuche zu machen, da die Gestaltänderungshypothese nach *von Mises* nicht immer zutreffend ist, wie aus den Tabellen im Abschnitt 7 der Anlage A ersichtlich..

Davon ausgehend, daß der Faktor für den Mutterwerkstoff nicht bekannt ist, müssen für die Versuchsstücke die Zugfestigkeitswerte ermittelt werden. Mit einem Bolzengewinde, von dessen Werkstoff der Faktor bekannt ist, wird dann eine Zugprobe zur Bestimmung der Zugfestigkeit und der Bruchkraft gemacht. Zur Vorschätzung der Einschraubtiefe wird für den Mutterwerkstoff angenommen, daß der Faktor  $\beta_M \approx 0,58$  beträgt. Mit den Formeln im Abschnitt 7.4.3.1 wird die Einschraubtiefe errechnet. Bei dem Versuch wird entweder das Gewinde abgestreift oder der Bolzen bricht. Bei einem abgestreiften Gewinde sind die Abstreifdurchmesser sowohl am Gewindeloch als auch beim Bolzen zu messen. Mit den bei dem Versuch festgestellten Werten der Zugkraft, dem Abstreifdurchmesser und der tragenden Einschraubtiefe kann nun der ungefähre Scherspannungsfaktor für den Mutterwerkstoff errechnet werden.

Mit dem Meßergebnis wird die Gesamtfläche des Abscherzylinders berechnet

$$A_{\tau} = m \cdot d_{\tau} \cdot \pi \qquad [\text{mm}^2]$$

Aus der beim Abstreifen festgestellten Abstreifkraft wird die „rechnerische Scherspannung“ für den Bolzen ermittelt:

$$\tau_{mB} = \beta_B \cdot F/A_s, \qquad [\text{N/mm}^2]$$

wobei bekannte  $\beta_B$  im Abschnitt 7 der Anlage A aufgelistet sind.

Mit diesem Wert kann nun die „rechnerische Scherspannung“ der Mutter errechnet werden:

$$\tau_{mM} = (A_{\tau}/F - 1/\tau_{mB})^{-1} \qquad [\text{N/mm}^2]$$

Damit ergibt sich der Scherspannungsfaktor zu

$$\beta_M = \tau_{mM}/R_{mM}$$

Mit diesem Wert muß mit der Bruchkraft des Bolzens eine Kontrollrechnung gemäß den Formeln in Abschnitt 7.4.3.1 durchgeführt werden, um mit weiteren Versuchen die Einschraubtiefe beim Bolzenbruch zu ermitteln. Wie die Versuchsergebnisse in [11] zeigen, können unter günstigsten Umständen bereits 2 Versuche ausreichend sein.

Es muß aber ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß der Scherspannungsfaktor zu ungenau ist, wenn der Abstand von der Bruchkraft zur Abstreifkraft groß ist. Aus diesem Grunde sollten bei zwei Versuchen die Einschraubtiefen und die festgestellten Kräfte dicht beieinander liegen und bei der größeren Kraft der Bolzenbruch erfolgt sein.

Ebenfalls muß ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß bei austenitischen Schraubenbolzen mit gerolltem Gewinde der Bolzenbruch nicht im Spannungsquerschnitt des Gewindes, sondern im Schaftteil erfolgt, wie in Bild 7.3 zu sehen ist. Dies ist auf eine Werkstoffverfestigung beim Gewinderollen zurück zu führen.

Bei Bestimmung der Einschraubtiefe muß trotz des Bruches im Schaft mit dem Spannungsquerschnitt im Gewinde gerechnet werden, also mit

$$F = R_m \cdot A_s, \qquad [\text{N}]$$

Sollte statt des Mutterwerkstoffes der Scherspannungsfaktor des Bolzens ermittelt werden, so ist sinngemäß mit den entsprechenden Werten zu verfahren.

### 7.5 Allgemeine Sicherheitsbetrachtung

In einigen Regeln der Technik, wie z. B. in den KTA-Regelwerken, werden teilweise bei Schraubenverbindungen Sicherheiten zur Streckgrenze gefordert. Hier kann die Sicherheit nicht nur darin bestehen, daß die geforderte Sicherheit im Spannungsquerschnitt des Bolzens vorhanden ist, sondern es sollte selbstredend sein, daß dieselbe Sicherheit auch in den Gewindegängen, also bei einem Sack- oder Gewindedurchgangsloch, vorhanden ist.

Um dieser Sicherheitsforderung nachkommen zu können, ist in jedem Fall mit der Kraft an der Streckgrenze zu rechnen, wobei die Betriebskraft um den Sicherheitsfaktor kleiner sein muß. Damit ergibt sich die rechnerische Kraft zu

$$F_{p,B} = R_{pB} * A_s \quad [N]$$
 wobei die Betriebskraft  

$$F_{max} = F_{p,B} / v \quad [N]$$
 betragen darf, wobei  
 $v = \text{geforderte Sicherheit, mindestens } 1,5$   
 ist.



**Bild 7.3:** Austenitischer Bolzen A2-70, M 16 mit Aluminiummutter aus 3.0615.71 (F 28), Einschraubtiefe  $m = 21$  mm, Längung: 25 mm, Bruchkraft  $F = 128$  kN

Um die gleiche Sicherheit zu bekommen kann auch mit der Betriebskraft  $F_{max}$  gerechnet werden, wenn dafür die zulässigen Scherspannungen zu

$$\tau_{p,B,M,zul} = \tau_{p,B,M} / v \quad [N/mm^2]$$

reduziert wird.

Die bisher bekannten Scherspannungsfaktoren sind in den Tabellen im Abschnitt 7 des Anhangs A enthalten. Sollte ein Werkstoff verwendet werden, von dem der Scherspannungsfaktor  $\beta_M$  noch nicht bekannt ist, sollte konservativ  $\beta_M = 0,5$ , bei Knetaluminium  $\beta_M = 0,4$  eingesetzt werden, sofern der Scherspannungsfaktor nicht gemäß Abschnitt 7.4.3.4 ermittelt werden kann.

## 7.6 Berücksichtigung der Toleranzen

### 7.6.1 Ermittlung der Einschraubtiefe

Die Gewinde werden nicht immer in den üblichen Toleranzen 6H/6g hergestellt, sondern auch mit größeren Abmaßen. Hier ist zu beachten, daß die Einschraubtiefe um den Betrag vergrößert wird, der sich aus den Toleranzmaßen ergibt. Erfahrungsgemäß sind diese Maße bei kleineren Gewindedurchmesser nicht besonders groß, so daß bei einer Erhöhung der rechnerischen Einschraublänge um ca. 5 % solche Toleranz-Abmaße ausgeglichen werden könnten.

Bei einem rechnerischen Nachweis sind die entsprechenden Toleranztabellen der Normen zu berücksichtigen, wie sie für das metrische ISO Regelgewinde in der DIN 13, Teil 20 und für das Feingewinde in DIN 13, Teil 21 aufgeführt werden.

Bei größeren Gewinde ist für die Berechnung eines rechnerischen Flankendurchmesser der Mittelwert aus den in den Normen genannten Abmaßen zu errechnen. Damit ergibt sich

$$d_{2,tol} = \frac{1}{2} (d_{2,min} + D_{2,max}) \quad [mm]$$

Mit diesem Ersatzflankendurchmesser wird, wie im Abschnitt 7.4.3 beschrieben, die erforderliche Einschraubtiefe  $m$  ermittelt, die dann durch die Steigung  $P$  geteilt wird. Damit erhält man die Anzahl der Windungen

$$w = m / P \quad [--]$$

Wie in Bild 7.4 ersichtlich, beträgt der radiale Abstand zu den beiden Flankendurchmessern

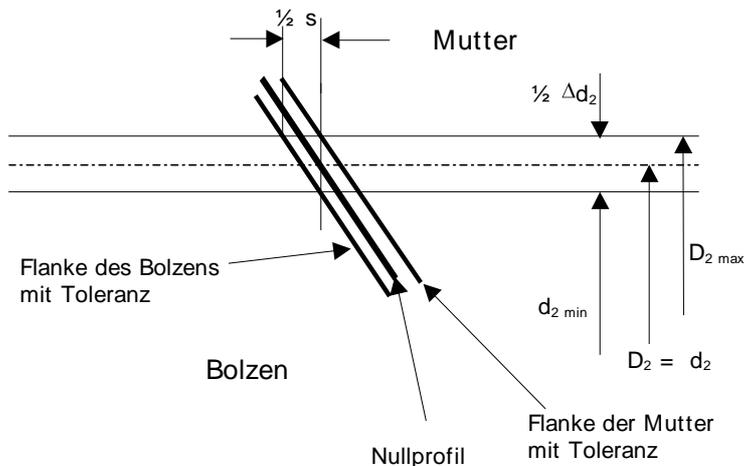
$$\frac{1}{2} \Delta d_2 = \frac{1}{2} * (D_{2,max} - d_{2,min}) \quad [mm]$$

und damit das axiale Spiel zu den Flanken

$$\frac{1}{2} * s = \frac{1}{2} * \Delta d_2 * \tan(\alpha/2). \quad [mm]$$

Da beim Verspannen der Gewindegänge beide Toleranzspiele auf eine Seite verlagert werden, also nur bei den nichttragenden Flanken sind, ergibt sich für das ganze Spiel

$$s = (D_{2,max} - d_{2,min}) * \tan(\alpha/2). \quad [\text{mm}]$$



**Bild 7.4:** Allg. Darstellung der Toleranzlagen für Bolzen und Mutter

Da dieses Spiel bei jedem Gewindegang vorhanden ist, muß für die Gesamtfläche des Abstreifzylinders die Summe der Spiele ersetzt werden. Mit der oben ermittelten Zahl der Gewindegänge ergibt sich das Maß der Ersatz-Einschraubtiefe zu

$$m_{\text{tol}} = w * s \quad [\text{mm}]$$

Daraus ergibt sich dann die erforderliche Einschraubtiefe unter Berücksichtigung der Toleranzen

$$m_{\text{erf}} = m + m_{\text{tol}} \quad [\text{mm}]$$

### 7.6.2 Ermittlung der Scherspannungen

Um bei einer vorhandenen Einschraubtiefe und größeren Toleranzen die in den Gewindegängen auftretende Scherspannung zu berechnen, sind die bei den nichttragenden Flanken vorhandenen Spiele zu berücksichtigen, indem die vorhandene Einschraubtiefe um die Summe der Flankenspiele verringert wird, nachdem mit den Werkstoffkennwerten  $R_{p \text{ BM}}$ , den Scherspannungsfaktoren  $\beta_{\text{BM}}$  die Werkstoff-Faktoren  $\alpha_{\text{BM}}$  ermittelt wurden

Das Spiel pro Gewindegang beträgt mit den Toleranzwerten

$$s = (D_{2,max} - d_{2,min}) * \tan(\alpha/2). \quad [\text{mm}]$$

und die Anzahl der vorhandenen Windungen

$$w = m_{\text{vorh}} / P \quad [--]$$

Mit diesen Werten ergibt sich die abzuziehende Einschraubtiefe

$$m_{\text{tol}} = w * s \quad [\text{mm}]$$

und damit die rechnerischen Einschraubtiefe

$$m_{\text{rech}} = m_{\text{vorh}} - m_{\text{tol}} \quad [\text{mm}]$$

Zur Berechnung der Fläche des Abstreifzylinders ist zuerst der Flankendurchmesser unter Berücksichtigung der Toleranzen mit

$$d_{2,\text{tol}} = \frac{1}{2} (d_{2,\text{min}} + D_{2,\text{max}}) \quad [\text{mm}]$$

und dann der Abstreifdurchmesser

$$d_{\tau \text{ tol}} = d_{2,\text{tol}} + (0,5 - \alpha_{\text{B}}) * P / \tan 30^\circ \quad [\text{mm}]$$

zu errechnen. Damit ist dann die rechnerische Abstreiffläche

$$A_{\tau} = d_{\tau \text{ tol}} * \pi * m_{\text{rech}} \quad (\text{mm}^2)$$

Die Anteile des Bolzens und der Mutter betragen

$$A_{\tau \text{ B}} = \alpha_{\text{B}} * A_{\tau} \quad \text{bzw.} \quad A_{\tau \text{ M}} = \alpha_{\text{M}} * A_{\tau} \quad [\text{mm}^2]$$

Mit der Betriebskraft lassen sich nun die vorhandenen Spannungen ermitteln

$$\tau_{\text{B vor}} = F_{\text{Betr.}} / A_{\tau \text{ B}} \quad \text{bzw.} \quad \tau_{\text{M vor}} = F_{\text{Betr.}} / A_{\tau \text{ M}} \quad [\text{N/mm}^2]$$

Mit den zulässigen Scherspannungen können somit die Sicherheiten bestimmt werden. Diese sollten nicht kleiner sein als die im Spannungsquerschnitt des Gewindes.

### 7.7 Zulässige Flächenpressung unter den Schraubenköpfen

Im Rahmen einer Dissertation wurden an der TU Darmstadt Untersuchungen durchgeführt, um die zulässige Flächenpressung unter dem Schraubenkopf und der Mutter zu ermitteln. In [13] wurden die Ergebnisse dargestellt

Danach sind die zulässigen Flächenpressungen abhängig von der Brinellhärte des Werkstoffes. Unabhängig von den Legierungen, also auch bei Grauguß, austenitische und martensitische Stählen wird die vorhandene oder Mindest- Brinellhärte mittels der Tabelle in DIN 50150 in die „rechnerische Zugfestigkeit“ umgerechnet. Der so ermittelte Wert  $p_G$  liegt nach [13] unterhalb des Wertes  $p_{G,0,025\text{ mm}}$ , bei dem eine bleibende Verformung von 25  $\mu\text{m}$  eintritt. Da bei den ferritischen Stählen ein fester Bezug  $HB$  zu  $R_m$  besteht, kann somit für diese Stähle  $p_G = R_m$  gesetzt werden. Die auf vorstehender Basis ermittelten zulässigen Flächenpressungen  $p_G$  sind in den Tabellen im Abschnitt 7 des Anhangs A mit aufgeführt.

Die Flächenpressung errechnet sich nach Junker mit den Formelzeichen

$$F_{\max} = \text{Maximale Kraft des Schraubenbolzens} \quad [\text{N}]$$

$$(F_M + \Phi * F_A, \text{ wo bei } \Phi = F_{SA}/F_A \text{ nach VDI 2230})$$

$$d_w = \text{Auflagen-Außendurchmesser des Bolzenkopfes oder Mutter} \quad [\text{mm}]$$

$$d_a = \text{Auflagen-Innendurchmesser der Bohrung, eventuell einschließlich Aussenkung.} \quad [\text{N}]$$

Die auftretende Flächenpressung beträgt mit der Auflagerfläche

$$A_p = (d_w^2 - d_a^2) * \pi / 4 \quad [\text{mm}^2]$$

$$p_{\text{vorh}} = F_{\max} / A_p \leq p_G \quad [\text{N/mm}^2]$$

Sollte die Flächenpressung zu hoch sein, so kann mittels einer Unterlegscheibe mit entsprechender Zugfestigkeit die Auflagerfläche vergrößert werden. Der Außendurchmesser vergrößert sich damit auf

$$d_w' = d_w + 2s \quad [\text{mm}]$$

wobei  $s$  die Dicke der Unterlegscheibe ist. Sollte dieses Maß größer sein als der Außendurchmesser der Scheibe, so ist das kleinere Maß zu berücksichtigen.

## 7.8 Unterschiedliche Gewindearten

### 7.8.1 Metrisches ISO-Gewinde nach DIN 13

Da sich nur die Formel für den Abstreifdurchmesser auf Grund der unterschiedlichen Flankenwinkel ändert, die anderen Berechnungsschritte davon unberührt bleiben, wird nur die Formel für den Abstreifdurchmesser angeführt.

Bei den metrischen ISO-Gewinden nach DIN 13 beträgt der Flankenwinkel  $\alpha^\circ = 60^\circ$ . Da hier die Höhe des Grunddreiecks  $H = 0,86603 * P$  beträgt, wird der Zahlenwert  $0,86603 * \text{tg } 30^\circ = 0,5$ . Somit lautet die Formel für den Abstreifdurchmesser

$$d_\tau = d_2 + (0,5 - \alpha_B) * P / \text{tg } 30^\circ.$$

Zur Vereinfachung und überschlägigen Bestimmung der erforderlichen Einschraubtiefe können die Tabellen im Anhang A bei Nachweis gegen Bolzenbruch die Tabelle 3.1, bei Sicherheit gegen die Streckgrenze die Tabelle 3.2 herangezogen werden. Hierfür ist die Scherspannung für den Mutterwerkstoff gemäß der Formel in Abschnitt 7.4.3.1 zu berechnen.

#### 7.8.1.1 Mindesteinschraubtiefen

Die Mindesteinschraubtiefe ist die Einschraubtiefe, bei der sichergestellt ist, daß bei einer Überlastung der Schraubenverbindung der Bolzen nach einer Dehnung bricht, das Gewinde aber nicht abgestreift wird. Diese Einschraubtiefe muß nicht die größere sein.

In der ISO 898, Teil 1, Tabelle 3 sind die Mindestzugfestigkeitswerte  $R_m$  in  $\text{N/mm}^2$  angegeben, wohingegen die Maximalwerte in Vickershärte HV mit  $F \geq 98 \text{ N}$  aufgeführt sind. Mit Hilfe der DIN 50150 kann die Härte auf die Zugfestigkeit umgerechnet werden, so daß für Berechnung der Tabelle 3.1 im Anhang A für die Bolzenwerkstoffe die Maximalwerte und für die Muttern die Kleinstwerte der Zugfestigkeit eingesetzt wurden.

Bei der Schnittstelle der Spalte für die Festigkeitsklasse des Bolzens unter Berücksichtigung der Gewindefeinheit (siehe Tabelle 2.1, Anhang A) und der Scherspannung der Mutter wird der Multiplikator für die Mindesteinschraubtiefe entnommen. Die Mindesteinschraubtiefe ergibt sich aus dem Tabellenwert, multipliziert mit dem Schraubendurchmesser  $d$ . Die so ermittelte Einschraubtiefe sollte um 5 % erhöht werden, wie auch im Abschnitt 7.4.3.1 aufgeführt. Zwischenwerte sollten linear interpoliert werden.

Die Scherspannungen für die Muttern ergeben sich aus den Mindestfestigkeiten der Mutterwerkstoffe und den in den Tabellen im Abschnitt 7 im Anhang A aufgeführten Scherspannungsfaktoren  $\beta_M$  zu

$$\tau_{mM} = \beta_M * R_{mM} \quad [\text{N/mm}^2]$$

Um eine Aufweitung des Muttergewindes zu verhindern, sollte der Randabstand zur Bohrungsmittle bei ferritischen Werkstoffen mindestens  $1,3d$ , beim Werkstoff GGG sogar  $1,5d$  betragen.

Bei den Versuchen wurde festgestellt, daß bei einer zu geringen Einschraubtiefe und einer kleinen Dehnung des Mutterwerkstoffes, die Mutter in der Höhe der Einschraubtiefe kugelpfannenförmig platzte, wie in Bild 7.4 zu sehen ist.

### 7.8.1.2 Erforderliche Einschraubtiefe

Die erforderliche Einschraubtiefe ist die Einschraubtiefe, bei der unter Berücksichtigung der Kraft an der Streckgrenze des Bolzens gleiche Sicherheiten im Spannungsquerschnitt und den Gewindegänge vorhanden sind. Siehe hierzu Abschnitt 7.5.

Bei der erforderlichen Einschraubtiefe werden sowohl für den Bolzenwerkstoff als auch für den Mutterwerkstoff nur die Mindeststreckgrenzen eingesetzt. Daraus ergeben sich die Scherspannungen unter Berücksichtigung der Scherspannungsfaktoren zu

$$\tau_{p,B,M} = \beta_{BM} \cdot R_{p,B,M} \quad [\text{N/mm}^2]$$

### 7.8.1.3 Berücksichtigung der Toleranz

Bei anderen Toleranzpaarungen als 6H/6g sind die größeren Abmaße zu berücksichtigen, indem die fehlenden Scherflächen ersetzt werden müssen. Der Berechnungsweg ist im Abschnitt 7.6 aufgeführt, wobei hier der Flankenwinkel  $\alpha^\circ = 60^\circ$  einzusetzen ist.

**Anmerkung:** Es hat sich herausgestellt, daß bei bestimmten Werkstoffkombinationen die erforderliche Einschraubtiefe kleiner sein kann als die Mindesteinschraubtiefe. Aus diesem Grunde sollten beide Fälle durchgerechnet, bzw. eine überschlägige Kontrolle an Hand der Tabellen 3.1 und 3.2 im Anhang A durchgeführt werden.



**Bild 7.5:** Kugelförmig geplatze Mutter PAN 16 mit Bolzen aus 5.6  
 Links: Einschraubtiefe:  $m = 17$  mm, Abstreifkraft  $F = 135,6$  kN  
 Rechts: Einschraubtiefe:  $m = 19$  mm, Bruchkraft  $F = 135,8$  kN

### 7.8.2 Whitworth-Gewinde nach DIN 259 und DIN 2999

Whitworth-Gewinde, wie das Regel, das Fein- und auch das Rohrgewinde, haben einen Flankenwinkel von  $\alpha^\circ = 55^\circ$ , sofern sie nicht auf einen Flankenwinkel von  $\alpha^\circ = 60^\circ$  umgestellt sind. Da die Höhe des Grunddreiecks hier

$$H = 0,960491 \cdot P \quad [\text{mm}]$$

beträgt, beträgt der zu betrachtenden Zahlenwert  $0,960491 \cdot \tan 27,5^\circ = 0,5$ . Unter Berücksichtigung des Flankendurchmessers  $d_2$  lautet somit die Formel für den Abstreifdurchmesser

$$d_\tau = d_2 + (0,5 - \alpha_B) \cdot P / \tan 27,5^\circ \quad [\text{mm}]$$

### 7.8.3 Stahlpanzerrohrgewinde nach DIN 40430

Das Panzergewinde hat einen Flankenwinkel von  $\alpha^\circ = 80^\circ$  mit einer Höhe des Grunddreiecks von

$$H = 0,595875 \cdot P \quad [\text{mm}]$$

Daraus ergibt sich der Zahlenwert zu  $0,595875 \cdot \tan 40^\circ = 0,5$ . Somit lautet die Formel hier unter Berücksichtigung des Flankendurchmessers

$$d_\tau = d_2 + (0,5 - \alpha_B) \cdot P / \tan 40^\circ \quad [\text{mm}]$$

### 7.8.4 Trapezgewinde nach DIN 103

Trapezgewinde werden bekanntlich vorwiegend bei Spindeln eingesetzt. Wenn auch in der DIN 103, Teil 3, Tabelle 3 Einschraublängenbereiche in den Gruppen N und L vorgeschlagen und in Tabelle 9 die entsprechenden Toleranzfelder genannt werden, werden die zulässigen Flächenpressungen, bei denen noch eine Gleitbewegung möglich ist, voraussichtlich überwiegend maßgebend sein. Trotzdem sollte bei der Materialpaarung darauf geachtet werden, daß der Abstreifdurchmesser innerhalb der tragenden Gewindeflanken liegt.

Mit dem Flankenwinkel von  $\alpha^\circ = 30^\circ$  für das Trapezgewinde und einer Höhe des Grunddreiecks von  $H = 1,866 \cdot P$  [mm] beträgt der Zahlenwert  $1,866 \cdot \tan 15^\circ = 0,5$ . Damit lautet die Formel für den Abstreifdurchmesser unter Berücksichtigung des Flankendurchmessers

$$d_\tau = d_2 + (0,5 - \alpha_B) \cdot P / \tan 15^\circ \quad [\text{mm}]$$

Aus der DIN 103, Teil 1 (siehe Bild 2 und Bild 3) geht hervor, daß die Gewindetiefe des Grundprofils  $H_1 = 0,5P$  beträgt. Unter Berücksichtigung der tragenden Höhe ergibt sich als maximaler Abstreifdurchmesser

$$d_\tau = d_2 + H_1 = d_2 + 0,5P \quad [\text{mm}]$$

Da der Wert  $(0,5 - \alpha_B) \cdot P / \tan 15^\circ = 0,5P$  ist ergibt sich der maximale Werkstoff-Faktor zu

$$\alpha_B = 0,5 - 0,5 \cdot \tan 15^\circ = 0,366 \quad [--]$$

für den größten Abstreifdurchmesser. Beim kleinsten Abstreifdurchmesser beträgt

$$\alpha_B = 1 - 0,366 = 0,634$$

Mit diesen Werten würden die Abstreifdurchmesser bei den Gewindespitzen des Bolzens und der Mutter liegen. Um sicher zu stellen, daß der Abstreifdurchmesser nicht an den Spitzen der Gewindegänge liegt, sollte die Bedingung

$$d > d_\tau > D_1 \quad [\text{mm}]$$

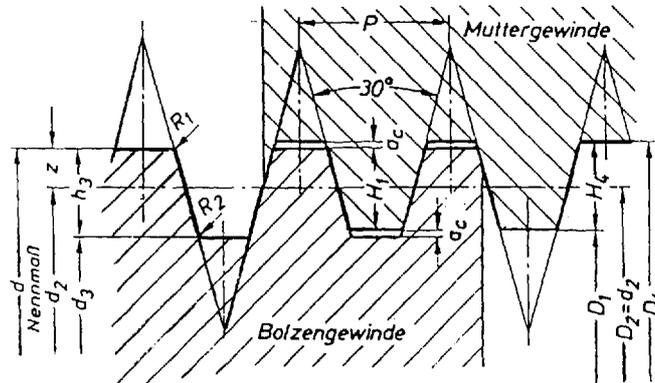
erfüllt sein. Diese Bedingung ist dann erfüllt, wenn der Werkstoff-Faktor

$$\alpha_B = 0,375 \text{ bis } 0,625$$

beziehungsweise, wenn das Verhältnis der Scherspannungen

$$\tau_{pM} / \tau_{pB} = 3/5 \text{ bis } 5/3$$

beträgt. Das würde einer tragenden Flankenhöhe von  $0,467P$  entsprechen.



**Bild 7.6:** Profile für Bolzen und Muttergewinde

Zusätzlich zu den Formelzeichen bei Bild 7.2 sind noch folgendes Formelzeichen zu beachten:

$D_1$	[mm]	Kerndurchmesser des Muttergewindes
$P$	[mm]	Steigung des eingängigen und Teilung des mehrgängigen Gewindes
$F_s$	[N]	Betriebskraft der Spindel
$A_K$	[mm <sup>2</sup> ]	Kernquerschnitt der Spindel
$A_{pw}$	[mm <sup>2</sup> ]	Fläche für Flächenpressung pro Windung
$A_{p,erf}$	[mm <sup>2</sup> ]	Erforderliche Fläche für Pressung
$w_{erf}$	[--]	erforderliche Windungen bei Pressung
$m_w$	[--]	erforderliche Mutternhöhe aus Pressung
$s$	[mm]	Flankenspiel

Zur Berechnung der Werkstoffpaarung wird von der Spindel ausgegangen. Mit den Daten für die Spindel wird als erstes die Kraft an der Streckgrenze

$$F_{pB} = F_s \cdot v \quad [\text{N}]$$

ermittelt, wobei  $F_s$  die Betriebskraft und  $v$  die geforderte Sicherheit ist.

Wenn die Daten der Spindel bekannt sind, so ergibt sich mit dem Kernquerschnitt

$$A_K = d_3^2 \cdot \pi / 4 \quad [\text{mm}^2]$$

die erforderliche Streckgrenze des Bolzenwerkstoffes zu

$$R_{pB} = F_{pB} / A_K \quad [\text{N/mm}^2]$$

so daß damit der Werkstoff für die Spindel bestimmt werden kann.

Ist jedoch der Werkstoff vorgegeben, so errechnet sich der Kernquerschnitt zu

$$A_K = F_{pB} / R_{pB}, \quad [\text{mm}^2]$$

so daß damit die Spindelaten bestimmt werden können.

Zur Ermittlung des Mutterwerkstoffes ist das Verhältnis der Scherspannungen zu beachten. Damit ergibt sich die Streckgrenze des Mutterwerkstoffes zu

$$R_{pM} = R_{pB} \cdot \beta_B \cdot 3 / (5 \cdot \beta_M) \text{ bis } R_{pB} \cdot \beta_B \cdot 5 / (3 \cdot \beta_M) \quad [\text{N/mm}^2]$$

Da bei einigen Bronze-Werkstoffen auch die zulässige Flächenpressung bei der Gleitbewegung angegeben wird, kann nunmehr die Mindestanzahl der Windungen aus der Betriebskraft berechnet werden. Die erforderliche Fläche beträgt

$$A_{p, \text{erf}} = F_s / p_{\text{zul}} \quad [\text{mm}^2]$$

Mit der Fläche pro Windung

$$A_{pW} = d_2 \cdot \pi \cdot P / 2 \quad [\text{mm}^2]$$

ergibt sich die erforderliche Anzahl der Windungen zu

$$w_{\text{erf}} = A_{p, \text{erf}} / A_{pW}$$

Damit wird die erforderliche Mutterhöhe aus der Flächenpressung

$$m_w = w_{\text{erf}} \cdot P \quad [\text{mm}]$$

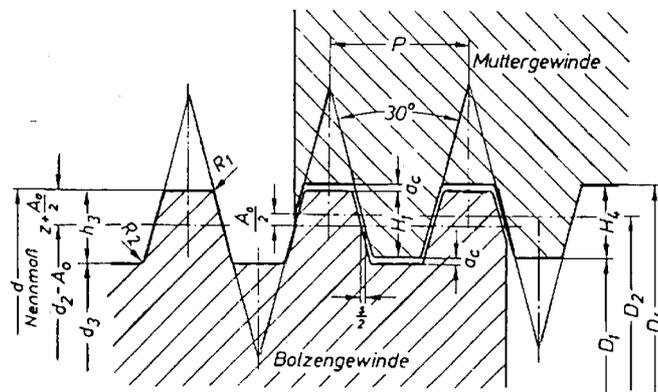
errechnet.

Die Berechnung der erforderlichen Mutterhöhe unter Berücksichtigung der Sicherheiten erfolgt wie im Abschnitt 7.4.3.2 angeführt. Die jeweils größere Mutterhöhe ist dann für die Konstruktionsausführung maßgebend.

Wie in Bild 7.6 ersichtlich, werden auch Trapezgewinde mit Flankenspiel hergestellt. Auch hier beträgt der Abstreifdurchmesser

$$d_\tau = d_2 + (0,5 - \alpha_B) \cdot P / \tan 15^\circ \quad [\text{mm}]$$

Für die Ermittlung der erforderlichen Einschraubtiefe sind die vorhandenen Flankenspiele zu berücksichtigen, wobei die Grenzmaße für die Muttergewinde der DIN 103, Blatt 5 und Blatt 6 und für das Bolzengewinde den Blättern 7 und 8 zu entnehmen sind.



**Bild 7.7:** Profil mit Flankenspiel

Die erforderliche Einschraublänge vergrößert sich um das Maß, das sich aus der Anzahl der Steigungen und dem doppelten Toleranzmaß  $s/2$  ergibt.

### 7.8.5 Rundgewinde nach DIN 15403 für Kranhaken

**Achtung:** Die Bezeichnungen beim Rundgewinde weichen von den üblichen Formelzeichen ab!

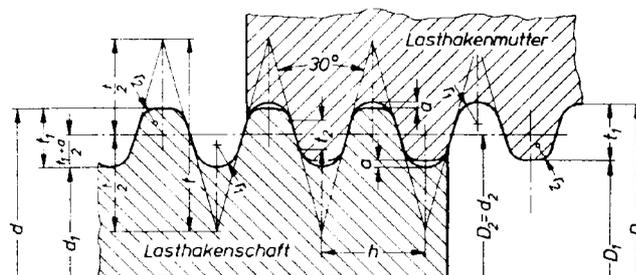
Wie bei den vorherigen Gewinden ist beträgt beim Rundgewinde mit einem Flankenwinkel von  $\alpha^\circ = 30^\circ$  und einer Höhe des Grunddreiecks von

$$t = 1,866 \cdot h \quad [\text{mm}]$$

der Zahlenwert  $1,866 \cdot \tan 15^\circ = 0,5$ .

Bei dem Rundgewinde beträgt der Flankenwinkel der kurzen tragenden Flanke, wie bei den meisten Gewinden,  $\gamma = 30^\circ$ . Damit lautet die Formel für den Abstreifdurchmesser

$$d_\tau = d_2 + (0,5 - \alpha_B) \cdot P / \tan 15^\circ$$



**Bild 7.8:** Rundgewinde nach DIN 15403

Es sind noch folgende technische Daten zu beachten:

Gewindesteigung	$h \approx d/9$	[mm]
Tiefe des Gewindedreiecks	$t = 1,866 \cdot h$	[mm]
Gewindetiefe	$t_1 = 0,55 \cdot h$	[mm]
Tragende Flankentiefe	$t_2 = 0,27234 \cdot h$	[mm]
Freiheit Gewindekopf/Ausrundung	$a = 0,05 \cdot h$	[mm]
Radius am Gewindegrund	$r_1 = 0,22104 \cdot h$	[mm]
Radius an der Gewindespitze	$r_2 = 0,15359 \cdot h$	[mm]

Wie schon beim Trapezgewinde aufgezeigt, darf der Abstreifdurchmesser nicht außerhalb der tragenden Flankenfläche liegen. Daraus ergibt sich mit  $t_2 = (0,5 - \alpha_B) \cdot h / \tan 15^\circ = 0,27234 \cdot h$  für den größten Abstreifdurchmesser der Werkstoff-Faktor zu

$$\alpha_B = 0,5 - 0,27234 \cdot \tan 15^\circ = 0,427 \quad [--]$$

und für den kleinsten Abstreifdurchmesser

$$\alpha_B = 1 - 0,427 = 0,573. \quad [--]$$

Da hier die Auflagefläche nicht an den Gewindespitzen enden, ist es nicht erforderlich den Auflagebereich zu verkleinern.

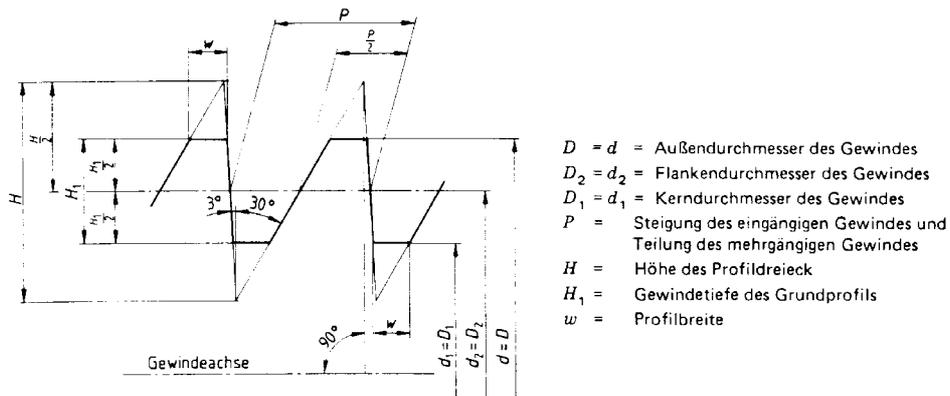
Die weiteren Berechnungen der Einschraubtiefe, der Scherspannungen und der Sicherheiten erfolgt wie im Abschnitt 7.4.3 aufgeführt.

### 7.8.6 Sägewinde nach DIN 513, Teil 1 bis 3 (April 1985)

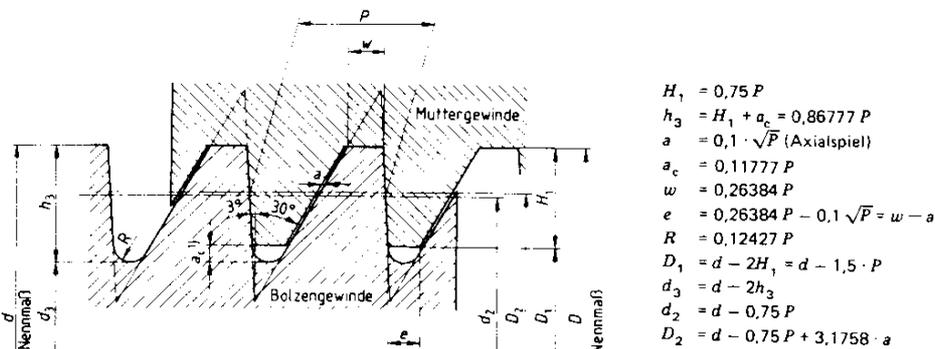
Das Sägewinde wird, wie auch das Trapezgewinde, vorwiegend als Bewegungsschraube eingesetzt. Es hat gegenüber dem Trapezgewinde den Vorteil, daß die Radialkräfte aus der Flächenpressung bei einem Flankenwinkel von  $3^\circ$  wesentlich kleiner werden, als bei dem Trapezgewinde mit einem Flankenwinkel von  $30^\circ$  für die tragenden Flanken.

Aus meßtechnischen Gründen mußte für die Höhe des Grunddreiecks sowohl der nichttragende Flankenwinkel von  $30^\circ$  als auch der tragende Flankenwinkel von  $3^\circ$  berücksichtigt werden.

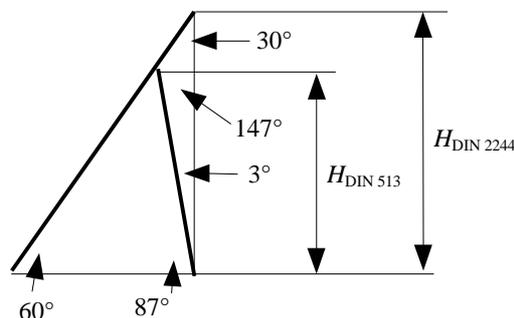
Die Zuordnungen der Gewindedurchmesser und Steigungen sind aus der Tabelle in DIN 513, Teil 2, Abschnitt 4 zu entnehmen.



**Bild 7.9:** Grundprofil des Sägewindes



**Bild 7.10:** Profile für Bolzen- und Muttergewinde mit Spiel an den nichttragenden Flanken im Kerndurchmesser und ohne Spiel zwischen den tragenden Flanken im Außendurchmesser (Nennmaße)



**Bild 7.11:** Ermittlung des Ersatzwinkels

Unter Berücksichtigung des Sinussatzes errechnet sich somit die Höhe des Profildreiecks zu

$$H = \operatorname{ctg} 30^\circ \cdot \sin 30^\circ / \sin 147^\circ \cdot \cos 3^\circ = 1,5879 \cdot P.$$

Zur Berechnung des Abstreifdurchmessers wird in diesem Falle ein rechnerischer Ersatzwinkel benötigt. Dieser beträgt

$$\operatorname{ctg} \alpha^\circ_{\text{ersatz}} = \operatorname{ctg} 30^\circ \cdot \sin 30^\circ / \sin 147^\circ \cdot \cos 3^\circ = \underline{1,5879},$$

somit beträgt der rechnerische Ersatzwinkel

$$\alpha^\circ_{\text{ersatz}} = \underline{32,201^\circ}$$

Für die Berechnung des Abstreifdurchmessers wird, wie im Abschnitt 7.4.3.1 ausgeführt, der Werkstoff-Faktor  $\alpha_B$  benötigt, der sich zu

$$\alpha_B = \tau_M / (\tau_M + \tau_B) \quad [--]$$

errechnet.

Unter Berücksichtigung des Flankendurchmessers und der rechnerischen Ersatzwinkels errechnet sich der Abstreifdurchmesser zu

$$d_\tau = d_2 + 2(0,5 - \alpha_B) \cdot P / \tan 32,2^\circ \quad [\text{mm}]$$

Aus der DIN 513, Teil 1 (siehe Bild 2) geht hervor, daß die Gewindetiefe des Grundprofils  $H_1 = 0,75P$  beträgt.

Unter Berücksichtigung der tragenden Höhe ergibt sich als maximaler Abstreifdurchmesser

$$d_\tau = d_2 + H_1 = d_2 + 0,75P \quad [\text{mm}]$$

Da der Wert  $2 \cdot (0,5 - \alpha_B) \cdot P / \tan 32,2^\circ = 0,75P$  ist, ist dann  $(0,5 - \alpha_B) = 0,75 \cdot \tan 32,2^\circ / 2 = 0,2362$  und daraus ergibt sich der maximale Werkstoff-Faktor zu

$$\alpha_B = 0,5 - 0,2362 = 0,2638 \quad \alpha_M = 1 - \alpha_B \quad [--]$$

für den größten Abstreifdurchmesser. Beim kleinsten Abstreifdurchmesser beträgt

$$\alpha_B = 1 - 0,2638 = 0,7362$$

Mit diesen Werten würden die Abstreifdurchmesser bei den Gewindespitzen des Bolzens und der Mutter liegen. Um sicher zu stellen, daß der Abstreifdurchmesser nicht an den Spitzen der Gewindegänge liegt, sollte die Bedingung

$$d > d_\tau > D_1 \quad [\text{mm}]$$

erfüllt sein. Diese Bedingung ist dann erfüllt, wenn der Werkstoff-Faktor

$$\alpha_B = 0,3 \text{ bis } 0,7$$

beträgt.

Die erforderliche Scherfläche des Abscherzylinders beträgt mit der Zugkraft  $F$ , errechnet aus dem Spannungsquerschnitt mit der Zugfestigkeit, bzw. Mindeststreckgrenze

$$A_\tau = F \cdot (1 / \tau_M + \tau_B) \quad [\text{mm}]$$

Damit wird die Einschraubtiefe

$$m = A_\tau / (d_\tau \cdot \pi) \quad [\text{mm}]$$

Gemäß DIN 513, Bild 2 (siehe auch Bild 7.10) befindet sich bei der nichttragenden Flanke ein Axialspiel von

$$a = 0,1 \cdot \sqrt{P} \quad [\text{mm}]$$

Zum Ausgleich dieses Freimaßes, sind die Anzahl der Gewindegänge

$$Z = m / P \quad [--]$$

zu ermitteln. Somit ergibt sich die Länge des Ausgleichs zu

$$m_{\text{Ausgleich}} = Z \cdot a = Z \cdot 0,1 \cdot \sqrt{P} \quad [\text{mm}]$$

Damit wird die effektive Einschraubtiefe

$$m_{\text{eff}} = m + m_{\text{Ausgleich}} \quad [\text{mm}]$$

Die Berechnung der in den Gewindegängen auftretenden Scherspannungen und vorhandenen Sicherheiten werden wie im Abschnitt 7.4.3.3 aufgeführt berechnet.

### Literatur:

- [1] **Niemann, G.** „Maschinenelemente“, Band 1, 2. Auflage, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, 1975/1981
- [2] **Pooza, A.** „Zur Festigkeitsberechnung geschlossener Stangenköpfe“ Konstruktion 19, Heft 9, Seiten 361 - 364, 1967
- [3] **Kuntsch, V.** „Statische und Dynamische Beanspruchung von Kettenlaschen“ Dissertation an der Universität Karlsruhe, 1972
- [4] **Neugebauer, R.** „Auslegung und Prüfung von Lastanschlagpunkten in Kernkraftwerken“ Einspruch und Änderungsvorschlag zu Punkt 5.1.3 "Ermittlung der Spannungsspielzahl", Schreiben an KTA Geschäftsstelle vom 11. 11. 1986
- [5] **Schwarz, W.** „Berechnung der Schienen von Regalfördergeräten“, Universität-GH-Siegen, Fachbereich Maschinentechnik, Institut für Konstruktion, 1993
- [6] **KTA 3902** "Auslegung von Hebezeuge in Kernkraftwerken" Kerntechnischer Ausschuß (KTA), Fassung 9/92
- [7] **Stückle, R.** „Berechnung der Schrauben (nach Bach)“, Uhlands Ingenieur-Kalender 1939, 65. Jahrgang,, Seite 104 und 105, Kröner Verlag Stuttgart, 1938
- [8] **Alexander, E.A.** „Analysis and design of threaded assemblies“. Int. Automotive Engng. Congress and Exposition, Detroit. 1977 Rep.-Nr.770420.
- [9] **Eser, J.** „Ermüdungsbruch“, Eine Einführung in die neuzeitliche Schraubenberechnung, Bauer & Schaurte Karcher GmbH 22. Auflage, 1992. (Die Tabellenwerte im Anhang A wurden teilweise der Druckschrift VFM 45 8104 - 6000 Copyright 1974/1981 by B&SK entnommen)
- [10] **Dose, G.F.; Pittner, K.-J.** „Neuartige Berechnung von Schrauben unter Berücksichtigung der Werkstoffkennwerte“, Konstruktion 48 (1996), Heft 6, Seite 183 bis 188, Springer Verlag, Berlin
- [11] **Dose, G.F.** „Ermittlung der Scherspannungsfaktoren für die neuartige Schraubenberechnung“, Konstruktion 49 (1997) Heft 1/2, Seite 28 bis 32, Springer-VDI-Verlag, Düsseldorf.
- [12] **Dose, G.F.** „Anwendung eines Schraubenberechnungs-Verfahrens auf verschiedene Gewindearten“, Konstruktion 50 (1998) Heft 7/8 , Seite 45 bis 49, Springer-VDI-Verlag, Düsseldorf
- [13] **Hasselmann, Uwe**, „Grenzflächenpressung verspannter Teile“, Vortrag zur 5. Informations- und Diskussionsveranstaltung SCHRAUBENVERBINDUNGEN - Neue Ergebnisse aus Forschung und Praxis, TU Darmstadt.
- [14] **Richtlinie VDI 2230, Bl. 1:** Systematische Berechnung hochbeanspruchter Schraubverbindungen (Juli 1986, korrigierter Nachdruck 1990)
- [15] **Matthias, K.** „Schraubenkräfte an einer Flanschverbindung“, Maschinenbautechnik, Berlin 34 (1985) 11. (DDR)
- [16] **„BUS-Schraubenwähler“**, Eine Information von Bauer&Schaurte Karcher GmbH, Neuss, VFM 45 8104 - 6000 (Copyright 1974/1981) by B&SK
- [17] **Militzer, O.M.**, „Rechenmodell für die Auslegung von Paßfederverbindungen“, Dissertation an der Technischen Universität Berlin, 1975

### Quellennachweis:

- Bild 2.2: Schwarz, UNI-GH-Siegen  
Bild 2.3: Schwarz, UNI-GH-Siegen  
Bild 2.4: Matthias, UNI-Dresden  
Bild 3/26 in [1] Niemann, Maschinenelemente  
Bild 3/27 in [1] Niemann, Maschinenelemente  
Tafel 3/6: Niemann, Maschinenelemente  
Tafel 3/7: Niemann, Maschinenelemente  
Tafel 3/8: Niemann, Maschinenelemente  
Bild 4.2: DIN 6892  
Bild 4.3: DIN 5461  
Bild 4.4: DIN 5480  
Bild 4.5: Ringspann  
Bild 7.2: DIN 13 ergänzt  
Bild 7.6: DIN 103  
Bild 7.7: DIN 103  
Bild 7.8: DIN 15403  
Bild 7.9: DIN 513  
Bild 7.10: DIN 513

Alle anderen Bilder, Fotos und Tabellen: Verfasser